

Zadaci

1.1 Uvod	2
1.1.1 Strojstvo, strojarski sustavi i strojevi	2
1.2 Čvrstoća	3
1.2.1 Geometrija elemenata	3
1.3 Usvajanje elemenata	4
1.3.1 Geometrija elemenata	4
1.4 Nerastavljivi spojevi	6
1.4.1 Zakovični spojevi	6
1.4.2 Lijepljeni spojevi	11
1.4.3 Stezni spojevi	12
1.5 Zavareni spojevi	14
1.6 Rastavljivi spojevi	24
1.7 Vijčani spojevi	24
1.8 Pokretni elementi	37
1.8.1 Osnove pokretnih elemenata	37
1.8.2 Vratila	39
1.8.3 Kočnice	57
1.9 Mehanički prijenosnici	57
1.9.1 Tarenički prijenosnici	57
1.9.2 Remeni prijenosnici	60
1.9.3 Vijčani prijenosnici	61
1.10 Zupčanci	65
1.11 Ležajevi	88
1.11.1 Klizni ležajevi	88
1.11.2 Valjni ležajevi	102
1.12 Elastični spojevi	112
1.12.1 Opruge	112
Dodaci	119
Literatura	120

1.1 Uvod

1.1.1 Strojarsstvo, strojarski sustavi i strojevi

1. Pogonsko opterećenje trakastog transportera

[Böge, 2011, s. 829]

Berechnung der Antriebsleistung eines steigend verlegten Gurtförderers mit einem Eintrommelantrieb am Kopf der Bandanlage.

Zadano

Für die Rechnung werden folgende Daten zugrunde gelegt:

Förderlänge	$L = 250 \text{ m}$
Förderhöhe	$H = 20 \text{ m}$
Schüttdichte der Förderlast	$\rho = 1\,800 \text{ kg/m}^3$
Fiktiver Reibwert der Rollen	$f = 0,027$
Nennmassenstrom	$I_{m,N} = 116,67 \text{ kg/s}$
Mechanischer Wirkungsgrad des Antriebs	$\eta = 0,82$
Gurtgemuldete Breite	$B = 0,8 \text{ m}$
Muldenwinkel	$\beta = 20^\circ$
Bandgeschwindigkeit	$v = 1,2 \text{ m/s}$
Streckenlast durch Fördergurt	$m'_q = 14,5 \text{ kg/m}$
Masse einer Rolle im Obertrum	$m_{RO1} = 24,6 \text{ kg}$
Masse einer Rolle im Untertrum	$m_{RU1} = 11,8 \text{ kg}$
Rollenabstand im Obertrum	$l_{RO} = 0,8 \text{ m}$
Rollenabstand im Untertrum	$l_{RU} = 2,5 \text{ m}$
keine Sonderwiderstände	$F_S = 0,0 \text{ N}$
Waagerechte Förderung	$\delta = 0, \cos \delta = 1$

Rješenje

Streckenlast aus Tragrollen:

$$\text{Obertrum: } m_{\text{RO}} = \frac{m_{\text{RO1}}}{l_{\text{RO}}} = \frac{24,6}{0,8} = 30,75 \frac{\text{kg}}{\text{m}}$$

$$\text{Untertrum: } m_{\text{RU}} = \frac{m_{\text{RU1}}}{l_{\text{RU}}} = \frac{11,8}{2,5} = 4,72 \frac{\text{kg}}{\text{m}}$$

$$\text{Gesamt: } m'_{\text{R}} = m_{\text{RO}} + m_{\text{RU}} = 35,47 \text{ kg/m}$$

Streckenlast aus Fördergut:

$$m'_{\text{L}} = \frac{I_{\text{m,N}}}{v} = \frac{116,7}{1,2} = 97,25 \frac{\text{kg}}{\text{m}}$$

Die Bewegungswiderstandskräfte betragen mit $C = 1,38$ (aus Tabelle interpoliert):

$$(F_{\text{H}} + F_{\text{N}}) = 250 \cdot 1,38 \cdot 0,027 \cdot [35,47 + (2 \cdot 14,5 + 97,25)] \cdot 9,81 \\ = 14\,778 \text{ N}$$

Die Zugkraft im Band für die Hubarbeit beträgt:

$$F_{\text{St}} = 97,25 \cdot 9,81 \cdot 20 = 19\,080 \text{ N}$$

Die Gesamtzugkraft im Band, die der an der Antriebstrommel zu übertragenden Kraft entspricht, beträgt:

$$F = 14\,778 \text{ N} + 19\,080 \text{ N} = 33\,858 \text{ N}$$

Die erforderliche Antriebsleistung beträgt

$$P_{\text{M}} = F \cdot v \cdot \frac{1}{\eta} = 33\,851 \cdot 1,2 \cdot \frac{1}{0,82} = 49\,548 \text{ Nm/s} \hat{=} 50 \text{ kW}$$

1.2 Čvrstoća

1.2.1 Geometrija elemenata

2. Čelična sajla

[Böge, 2011, s. 295]

Das Stahlseil eines Förderkorbes darf mit 180 N/mm^2 auf Zug beansprucht werden. Es hat $A = 320 \text{ mm}^2$ Nutzquerschnitt und wird 900 Meter tief ausgefahren. Welche Nutzlast F darf das Seil tragen?

Rješenje

$$\sigma_z = \frac{F + F_G}{A}; F_{\max} = \sigma_{z \text{ zul}} A - F_G$$

$$F_G = mg = V \rho g; \rho = 7850 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$F_G = A l \rho g = 320 \cdot 10^{-6} \text{m}^2 \cdot 900 \text{m} \cdot 7,85 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} =$$

$$= 22\,178 \text{ N}$$

$$F_{\max} = 180 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot 320 \text{ mm}^2 - 22\,178 \text{ N} = 35\,422 \text{ N} =$$

$$= 35,4 \text{ kN}$$

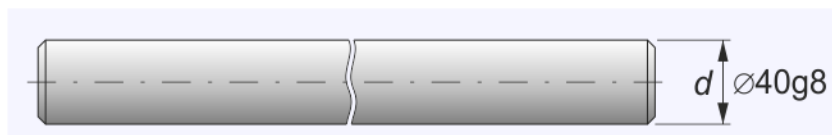
1.3 Usvajanje elemenata

1.3.1 Geometrija elemenata

3. Tolerancija i odstupanja

[##Haberhauer, 2011, s. 46]

Odrediti odstupanja dužinskih izmjera osovine prikazane na slici.



Rješenje

(a) Temeljna tolerancija osovine:

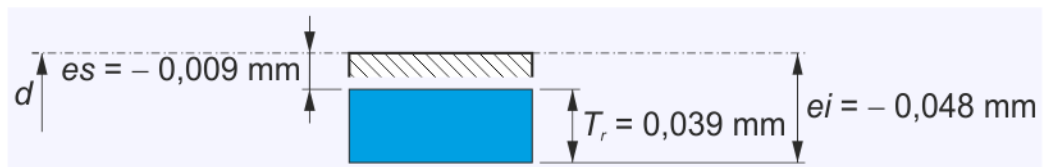
$$\phi 40 \text{ IT}8 \Rightarrow T_r = 0,039 \text{ mm} \quad (T-03.01)$$

(b) Temeljno gornje odstupanje:

$$\phi 40 \text{ IT}8 \Rightarrow es = -0,009 \text{ mm} \quad (T-03.02)$$

(c) Temeljno donje odstupanje:

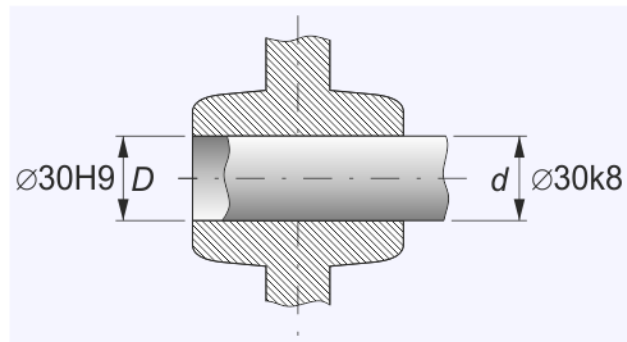
$$ei = es - T_r = -0,039 \text{ mm} - 0,009 \text{ mm} = -0,048 \text{ mm}$$



4. Tolerancije glavina/vratilo i dosjed

[##Kuzmanović, 2009, s. 1]

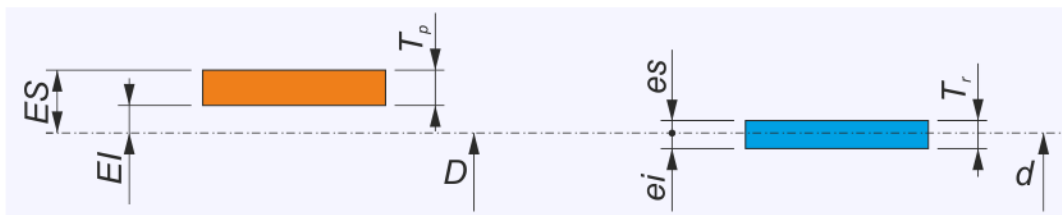
Odrediti odstupanja dužinskih izmjera elemenata i vrstu dosjeda sklopa glavina/vratilo prikazanog na slici.



Rješenje

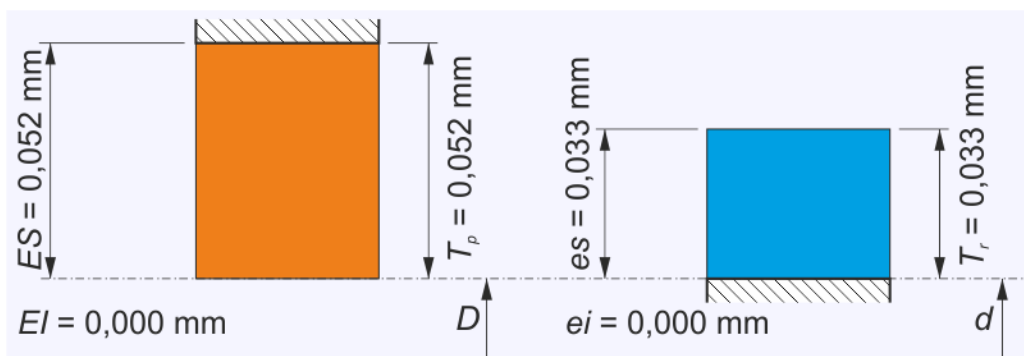
(a) Veličine odstupanja dužinskih izmjera elemenata:

- temeljne tolerancije:
 - provrt: $\phi 30 IT9 \Rightarrow T_p = 0,052 \text{ mm}$ (*T-03.01*)
 - rukavac: $\phi 30 IT8 \Rightarrow T_r = 0,033 \text{ mm}$ (*T-03.01*)
- tolerancijska polja



- provrt: $\phi 30 IT9 \Rightarrow EI = 0,000 \text{ mm}$ (*T-03.03*)
 $ES = EI + T_p = 0,000 \text{ mm} + 0,052 \text{ mm} = 0,052 \text{ mm}$
- rukavac: $\phi 30 IT8 \Rightarrow ei = 0,000 \text{ mm}$ (*T-03.02*)
 $es = ei + T_r = 0,000 \text{ mm} + 0,033 \text{ mm} = 0,033 \text{ mm}$

- položaji tolerancijskih polja u odnosu na nul-crtu



ISO – Tolerancije	
$\phi 30H9$	+ 0,052 0,000
$\phi 30k8$	+ 0,033 0,000

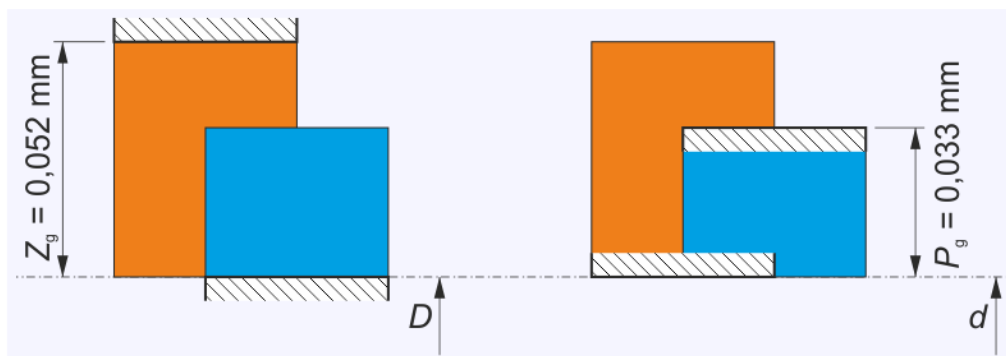
(b) Vrsta dosjeda:

prijelazni dosjed

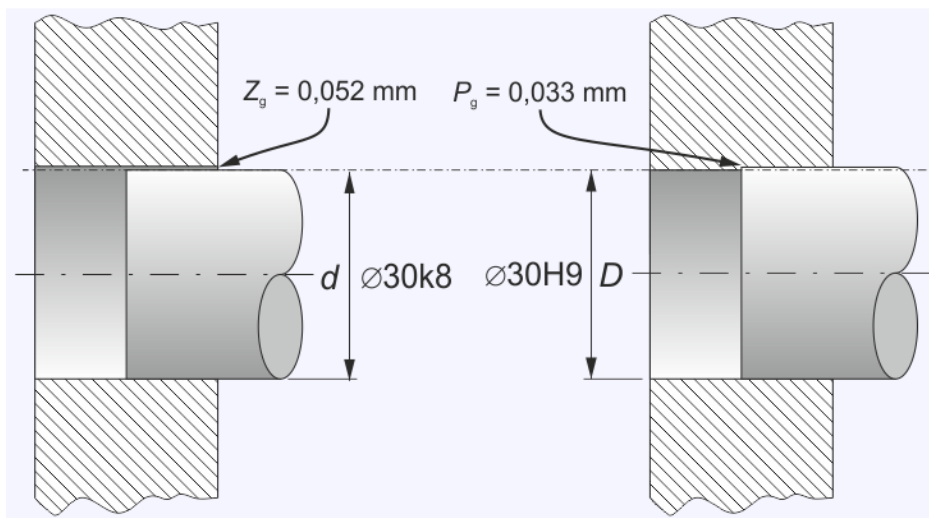
$$ES = 0,052 \text{ mm} > ei = 0,000 \text{ mm} \quad \text{– zračnost}$$

$$EI = 0,000 \text{ mm} < es = 0,033 \text{ mm} \quad \text{– prijeklop}$$

- najveća zračnost:
 - $Z_g = ES - ei = 0,052 - 0,000 = 0,052 \text{ mm} \quad (=D_g - d_d)$
- najveći prijeklop:
 - $P_g = EI - es = 0,000 - 0,033 = -0,033 \text{ mm} \quad (=D_d - d_g)$



ISO – Dosjed	
φ 30H9/k8	+ 0,052
	- 0,033



1.4 Nerastavljivi spojevi

1.4.1 Zakovični spojevi

5. Zakovični spoj nosača čelične konstrukcije

[Böge, 2011, s. 632-633]

Der Stab S_1 eines Hochbau-Fachwerks hat eine Zugkraft $F_1 = 104000 \text{ N}$ (Lastfall H) aufzunehmen (Bild 7). Bauteile aus S 355 JO.

Zu berechnen: a) erforderlicher ungleichschenkliger Winkelstahl für Stab S_1 ; b) Vernietung des Stabes mit dem 8 mm dicken Knotenblech.

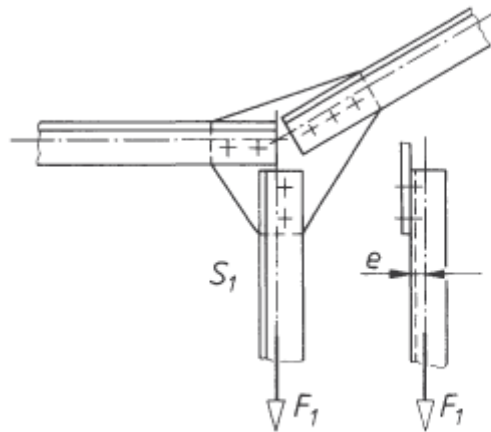


Bild 7. Knotenpunkt eines Traggerüsts

Rješenje

a) Der Stab wird auf Zug und wegen einseitigen Anschlusses zusätzlich auf Biegung beansprucht; es handelt sich also um einen außermittig angeschlossenen Zugstab.

Vorwahl des Stabes mit $A = F_1 / (\sigma_{z \text{ zul}} \nu)$; $\sigma_{z \text{ zul}} = 240 \text{ N/mm}^2$ für S 355 JO, Lastfall H; Verschwächungsverhältnis $\nu = 0,5$ geschätzt (D Festigkeitslehre), damit $A = 104\,000 \text{ N} / (240 \text{ N/mm}^2 \cdot 0,5)$ $A = 870 \text{ mm}^2$. Hierfür wird zunächst gewählt: $\perp 100 \times 50 \times 6$ mit $A = 873 \text{ mm}^2$ (fehlende Größen siehe Abschnitt D Festigkeitslehre).

Der Winkel wird nun nach Gleichung (7) auf Zug und Biegung überprüft.

$$\sigma_{\max} = \sigma_z + \sigma_b = \frac{F_1}{A_n} + \frac{F_1 e^2}{I} \leq \sigma_{\text{zul}}$$

Nutzbarer Stabquerschnitt $A_n = A - d_1 s$; für die Schenkelbreite 100 mm – der breite Schenkel wird zweckmäßig angeschlossen, um die Biegung klein zu halten – wird gewählt: Nietdurchmesser $d = 22 \text{ mm}$, Lochdurchmesser $d_1 = 23 \text{ mm}$; mit $s = 6 \text{ mm}$ wird $A_n = 873 \text{ mm}^2 - 23 \text{ mm} \cdot 6 \text{ mm} = 735 \text{ mm}^2$.

Randabstand $e \triangleq e_y = 10,4 \text{ mm}$.

Flächenmoment $I \triangleq I_y = 15,3 \cdot 10^4 \text{ mm}^4$. Damit wird

$$\begin{aligned} \sigma_{\max} &= \frac{104\,000 \text{ N}}{735 \text{ mm}^2} + \frac{104\,000 \text{ N} \cdot (10,4 \text{ mm})^2}{15,3 \cdot 10^4 \text{ mm}^4} = \\ &= 141,5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} + 73,5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 215 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} < \sigma_{\text{zul}} = 240 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \end{aligned}$$

Damit wird endgültig gewählt: $\perp 100 \times 50 \times 6$.

b) Nietdurchmesser bereits unter a) gewählt:

$d = 22 \text{ mm}$, $d_1 = 23 \text{ mm}$. Erforderliche Nietzahl auf Grund der zulässigen Scherspannung nach Gleichung (4):

$$n_a = \frac{F_1}{A_1 \tau_{a \text{ zul}} m}$$

Querschnitt des geschlagenen Nietes nach Tabelle 2:

$A_1 = 415 \text{ mm}^2$; $\tau_{a \text{ zul}} = 210 \text{ N/mm}^2$ und $m = 1$, da Verbindung einschneitig; damit ist

$$n_a = \frac{104\,000 \text{ N}}{415 \text{ mm}^2 \cdot 210 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot 1} = 1,19$$

Erforderliche Nietzahl auf Grund des zulässigen Lochleibungsdrucks nach Gleichung (5):

$$n_l = \frac{F_1}{d_1 s \sigma_{l \text{ zul}}}$$

Durchmesser des geschlagenen Nietes $d_1 = 23 \text{ mm}$; Dicke des schwächsten Bauteils gleich Stabdicke $s = 6 \text{ mm}$

$\sigma_{l \text{ zul}} = 420 \text{ N/mm}^2$; damit ist

$$n_l = \frac{104\,000 \text{ N}}{23 \text{ mm} \cdot 6 \text{ mm} \cdot 420 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} = 1,8$$

Gewählt: 2 Niete mit $d = 22 \text{ mm}$.

6. Zakovični spoj konzolnog nosača

[Böge, 2011, s. 633-634]

Zur Vernietung der Lagerbleche einer Umlenk-Seilrolle an der Säule eines Wanddrehkrans sind je vier Niete $d = 16 \text{ mm}$ vorgesehen (Bild 8). Höchste Seilzugkraft $F_x = F_y = 22\,000 \text{ N}$. Bauteile aus S 235 JR.

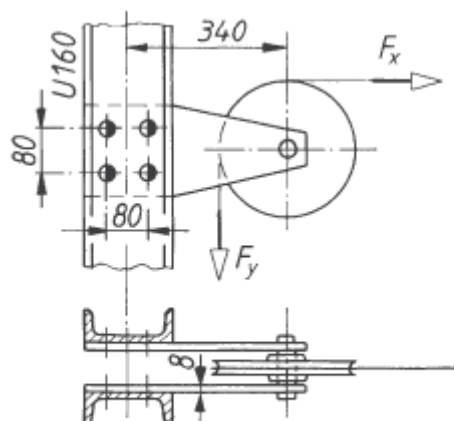


Bild 8. Lagerbleche für eine Seilrolle

Rješenje

Die Nietverbindung ist *exzentrisch* belastet, d.h. die äußere Kraft geht nicht durch den Schwerpunkt der Nietverbindung, die damit auf Biegung (Drehung) und Schub beansprucht wird. Anstelle von F_x und F_y wird mit deren Resultierenden F_{res} , angreifend im Mittelpunkt A der Rollenachse, gerechnet. Die Nietkräfte müssen F_{res} das Gleichgewicht halten (Bild 9).

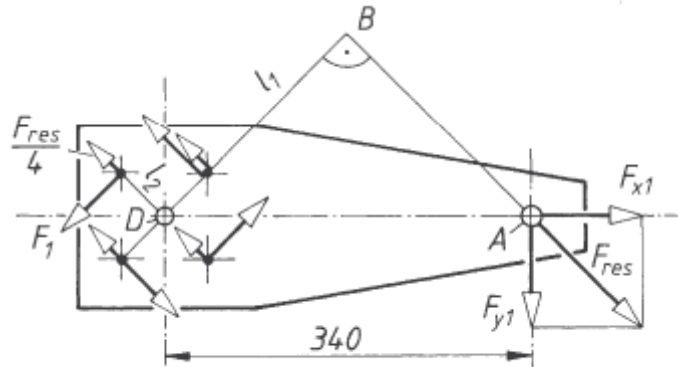


Bild 9. Kräfte am Lagerblech

Für ein Lagerblech wird

$$F_{res} = F_{x1} \cdot \sqrt{2} = 11\,000\text{ N} \cdot \sqrt{2} = 15\,560\text{ N.}$$

Der Schwerpunkt des Nietsystems liegt im Punkt D in Bild 9. Dazu hat die Wirklinie der Resultierenden F_{res} den Wirkabstand l_1 . Aus dem gleichschenkligen Dreieck DAB erkennt man

$$l_1 = \frac{l}{\sqrt{2}} = \frac{340\text{ mm}}{\sqrt{2}} = 240\text{ mm.}$$

Ebenso ergibt sich aus den gleichschenkligen Dreiecken am Punkt D

$$l_2 = 40\text{ mm} \cdot \sqrt{2} = 56,6\text{ mm.}$$

Die Nietkraft F_1 kann nun aus der Momentengleichgewichtsbedingung berechnet werden:

$$\Sigma M_{(D)} = 0 = 4 F_1 l_2 - F_{\text{res}} l_1$$

$$4F_1 l_2 = F_{\text{res}} l_1$$

$$F_1 = \frac{F_{\text{res}} l_1}{4 l_2} = \frac{15\,560 \text{ N} \cdot 240 \text{ mm}}{4 \cdot 56,6 \text{ mm}} = 16\,495 \text{ N}.$$

Aus der Bedingung $\Sigma F = 0$ folgt, dass an jedem Niet noch die Kraft $F_{\text{res}}/4 = 15\,560 \text{ N}/4 = 3\,890 \text{ N}$ entgegen F_{res} angreifen muss. Die größte resultierende Nietkraft ergibt sich, wie aus Bild 9 ersichtlich, für den rechten oberen Niet

$$F = F_1 + \frac{F_{\text{res}}}{4} = 16\,495 \text{ N} + 3\,890 \text{ N} = 20\,385 \text{ N}.$$

Mit $A_1 = 227 \text{ mm}^2$ nach Tabelle 2 wird die vorhandene Abscherspannung für den rechten oberen Niet

$$\tau_a = \frac{F}{A_1} = \frac{20\,385 \text{ N}}{227 \text{ mm}^2} = 89,8 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}.$$

Für den angenommenen Lastfall H beträgt die zulässige Abscherspannung $\tau_{a, \text{zul}} = 112 \text{ N/mm}^2$ (siehe Abschnitt D Festigkeitslehre).

Es ist also

$$\tau_a = 89,8 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} < \tau_{a, \text{zul}} = 112 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}.$$

Mit $d_1 = 17 \text{ mm}$ und $s = 7,5 \text{ mm}$ Stegdicke für den Profilstahl U160 wird der vorhandene Lochleibungsdruck

$$\sigma_l = \frac{F_1}{d_1 s} = \frac{20\,385 \text{ N}}{17 \text{ mm} \cdot 7,5 \text{ mm}} = 160 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}.$$

Da der zulässige Lochleibungsdruck $\sigma_l = 280 \text{ N/mm}^2$ beträgt, ist auch hier

$$\sigma_l = 160 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} < \sigma_{l, \text{zul}} = 280 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}.$$

1.4.2 Lijepljeni spojevi

7. Cijevi spojene s Aralditom

[Böge, 2011, s. 615-616]

Zwei mit Araldit AV 138 verklebte Stahlrohre (Bild 4) übertragen wechselnd ein Torsionsmoment $M_{T\max} = 32 \text{ Nm}$. Im Betrieb tritt höchstens eine Umgebungstemperatur von 25 °C auf. Es soll nachgerechnet werden, ob die vorgesehene Überlappungslänge $b = 25 \text{ mm}$ ausreicht.

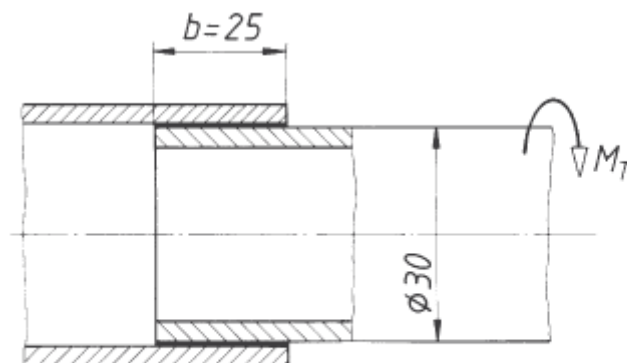


Bild 4. Verdrehbeanspruchte, geklebte Rohrverbindung

Zadano

Überlappungslänge	b	= 25 mm
Torsionsmoment	M_T	= 32 Nm
Rohrdurchmesser	d	= 30 mm
Binefestigkeit	τ_{KB}	= 22 N/mm ²
(gewählt nach Tabelle 1)		
Sicherheit S		
bei wechselnder Beanspruchung		= 4 (gewählt)

Rješenje

Zulässige Spannung nach Gleichung (2)

$$\tau_{K\text{zul}} = \frac{\tau_{KB}}{S} = \frac{22 \text{ N/mm}^2}{4} = 5,5 \text{ N/mm}^2$$

$$b \geq \frac{M_{T\max}}{0,5 \pi d^2 \tau_{K\text{zul}}} = \frac{32\,000 \text{ Nmm}}{0,5 \cdot \pi \cdot 30^2 \text{ mm}^2 \cdot 5,5 \text{ N/mm}^2} = 4,12 \text{ mm}$$

Die Überlappungslänge $b = 25 \text{ mm}$ kann also noch reduziert werden, wenn nicht andere Gründe dagegen sprechen.

1.4.3 Stezni spojevi

8. Stezni spoj glavine zupčanika s vratilom – proračun prema Abb. 2.53

[Haberhauer, 2011, s. 134÷135]

Auf eine Vollwelle aus E360 (St 70) mit $D_{1a} = 120$ mm soll ein schrägverzahntes Zahnrad aus 16MnCr5 mit $D_{Aa} = 240$ mm und einer Nabenbreite von $b = 120$ mm aufgeschraubt werden. Die Welle ist feingeschliffen ($R_{zA} = 4$ μm) und die Bohrung ausgießen ($R_{zI} = 6$ μm). Die Welle-Nabe-Verbindung muß ein Drehmoment von $T = 700$ Nm und infolge der Schrägverzahnung eine zusätzliche Axialkraft von $F_a = 2000$ N bei einer Rutschsicherheit von $S_R = 2$ übertragen ($K_A = 1$).

Rješenje

a) Mit $\mu = 0,1$ wird das erforderliche Kleinstübermaß:

$$\begin{aligned} \text{Gl. (2.12)} \quad p_{\min} &= \frac{S_R}{\mu \pi D_F b} \sqrt{F_a^2 + \frac{4 T^2}{D_F^2}} \\ &= \frac{2}{0,1 \cdot \pi \cdot 120 \cdot 120} \sqrt{2000^2 + \frac{4 \cdot (700 \cdot 10^3)^2}{120^2}} = 5,23 \text{ N/mm}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Gl. (2.16)} \quad Z_{\min} &= p_{\min} D_F \left[\frac{1}{E_I} \left(\frac{1 + Q_I^2}{1 - Q_I^2} - \nu_I \right) + \frac{1}{E_A} \left(\frac{1 + Q_A^2}{1 - Q_A^2} + \nu_A \right) \right] \\ Z_{\min} &= 8 \mu\text{m} \end{aligned}$$

$$\text{Gl. (2.18)} \quad U_{\min} = Z_{\min} + 0,8 (R_{zI} + R_{zA}) = 8 + 0,8 \cdot 10 = \underline{16 \mu\text{m}}$$

b) Mit $R_e = 630$ N/mm² für die Nabe wird das zulässige Größtübermaß:

$$\text{Gl. (2.13)} \quad p_{\max} = \frac{1 - Q_A^2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{R_e}{S_F} = \frac{1 - 0,5^2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{630}{1,3} = 210 \text{ N/mm}^2$$

$$\text{Gl. (2.17)} \quad Z_{\max} = p_{\max} \cdot D_F [] = 210 \cdot 120 \cdot [] = 356 \mu\text{m}$$

$$\text{Gl. (2.19)} \quad U_{\max} = Z_{\max} + 0,8 (R_{zI} + R_{zA}) = 356 + 8 = \underline{364 \mu\text{m}}$$

c) Passung auswählen:

$$\varnothing 120_{\text{r6}}^{\text{H7}} \rightarrow U_k = 19 \mu\text{m} \quad \text{und} \quad U_g = 76 \mu\text{m}$$

$$\varnothing 120_{\text{s6}}^{\text{H7}} \rightarrow U_k = 44 \mu\text{m} \quad \text{und} \quad U_g = 101 \mu\text{m} \text{ (gewählt)}$$

d) Mit $\alpha_A = 11 \cdot 10^{-6}$ 1/K ist die erforderliche Erwärmung der Nabe:

$$t_A = t_u + \frac{U_g + \Delta D}{\alpha_A D_F} = 20^\circ + \frac{101 \cdot 10^{-3} + 0,001 \cdot 120}{11 \cdot 10^{-6} \cdot 120} = 187^\circ\text{C}$$

gewählt: $t_A \approx 200^\circ\text{C}$.

9. Stezni spoj glavine zupčanika s vratilom – proračun prema Abb. 2.54

[Haberhauer, 2011, s. 135÷135]

Für die Befestigung einer Topfscheibe aus Grauguß auf eine senkrechte Welle aus Stahl ist eine Preßverbindung mit $\varnothing 50_{\text{H7}}$ und $\varnothing 50_{\text{s6}}$ vorgesehen. Die axiale Belastung aus der Gewichtskraft beträgt $F_a = 0,4$ kN ($K_A = 1$).

Zadano

Welle (E 295 bzw. St 50-2)	Nabe (EN-GJL-200 bzw. GG-20)
$R_{zI} = 4 \mu\text{m}$	$R_{zA} = 6 \mu\text{m}$
$\nu_I = 0,3$	$\nu_A = 0,25$
$E_I = 2,1 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2$	$E_A = 1,05 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2$

Traži se

Gesucht wird das übertragbare Drehmoment und die Sicherheit gegen Überbeanspruchung in der Nabe.

$$Q_a = \frac{D_F}{D_{Aa}} = \frac{50}{70} = 0,71 \quad \text{und} \quad Q_I = \frac{D_{Ii}}{D_F} = \frac{0}{50} = 0$$

Aus $\varnothing 50^{H7}$ und $\varnothing 50_{s6}$ folgt: $U_k = 18 \mu\text{m}$ und $U_g = 59 \mu\text{m}$

Rješenje

a) Mit $\mu = 0,1$ und der Nabenbreite $b = 60 \text{ mm}$ wird das übertragbare Moment:

$$Z_k = U_k - \Delta U = 18 - 0,8 \cdot 10 = 10 \mu\text{m}$$

$$\text{aus Gl. (2.16)} \quad p_k = \frac{Z_k}{D_F \left[\frac{1}{E_I} (1 - \nu_I) + \frac{1}{E_A} \left(\frac{1 + Q_A^2}{1 - Q_A^2} + \nu_A \right) \right]} = 5,7 \text{ N/mm}^2$$

$$\text{aus Gl. (2.12)} \quad T = D_F \sqrt{\frac{(p_k \mu \pi D_F b)^2 - F_a^2}{4}}$$

$$T = 50 \sqrt{\frac{(5,7 \cdot 0,1 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 60)^2 - 400^2}{4}} = 134 \text{ Nm}$$

b) Mit $R_m = 200 \text{ N/mm}^2$ für die Nabe ist die Sicherheit:

$$Z_g = U_g - \Delta U = 59 - 8 = 51 \mu\text{m}$$

$$\text{aus Gl. (2.17)} \quad p_g = \frac{Z_g}{D_F [\]} = \frac{51}{50 [\]} = 29 \text{ N/mm}^2$$

$$\text{aus Gl. (2.13)} \quad \sigma_{zul} = \frac{\sqrt{3} p_g}{1 - Q_A^2} = \frac{\sqrt{3} \cdot 29}{1 - 0,71} = 101 \text{ N/mm}^2$$

$$\text{Sicherheit} \quad S = \frac{R_m}{\sigma_{zul}} = \frac{200}{101} = 2.$$

1.5 Zavareni spojevi

10. Dinamički opterećeni zavareni rukavac vratila

[Böge, 2011, s. 626-627]

Ein gebrochener Wellenzapfen aus E355 ist durch einen neuen, geschweißten Zapfen zu ersetzen, Bild 7. Angeschlossen wird der Zapfen mit einer nicht durchgeschweißten HV-Naht. Die Schweißnaht wird nach Bild 2 mit BK ($b_2 = 0,8$) und Tabelle 5, Ziffer 8 wegen des verbleibenden Spaltes mit $b_1 = 0,8$ eingestuft. Nach dem Schweißen wird die Naht wärmebehandelt und blechen bearbeitet (Lagersitz) und erhält daher den 10%igen Aufschlag. Zu überlegen ist der Austausch des E355 durch den schweißgeeigneten S355J2G3. Beansprucht wird die Schweißnaht durch eine Lagerkraft $F = 22 \text{ kN}$ und das zu übertragende Drehmoment $M_T = 1,1 \cdot 10^6 \text{ Nmm}$ (schwellig). Häufigkeit der Höchstbelastung 50 %.

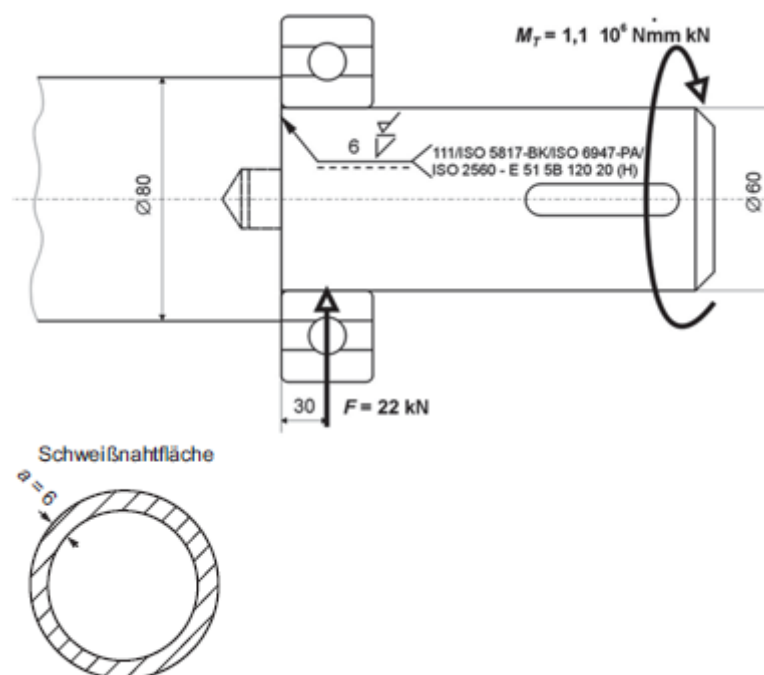


Bild 7. Geschweißter Wellenzapfen

Rješenje

Schweißnahtnachweis:

Die Schweißnaht wird durch die Lagerkraft wechselnd auf Biegung und Schub, durch das Drehmoment $M =$ Torsionsmoment M_T schwelend auf Torsion beansprucht. Schub kann erfahrungsgemäß vernachlässigt werden. Es liegt also eine dynamische Beanspruchung vor. Nachweis nach Gleichung (6):

$$\sigma_{wv} = \sqrt{\sigma_{\perp}^2 + 3(\alpha_0 \tau_{\parallel})^2} \leq \sigma_{wzul}$$

Vorhandene Biegespannung $\sigma_{\perp} = \sigma_{wb} = M_b / W_w$;

$M_b = Fl = 22 \text{ kN} \cdot 30 \text{ mm} = 660 \cdot 10^3 \text{ Nmm}$. Die kreisringförmige Schweißnaht (Bild 7) hat ein axiales Widerstandsmoment von

$$W_w = \frac{D^4 - d^4}{10D} = \frac{60^4 \text{ mm}^4 - 48^4 \text{ mm}^4}{10 \cdot 60 \text{ mm}} \approx 12750 \text{ mm}^3.$$

Damit wird

$$\sigma_{wb} = \frac{660 \cdot 10^3 \text{ Nmm}}{12,75 \cdot 10^3 \text{ mm}^3} \approx 52 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Vorhandene Torsionsspannung $\tau_{\parallel} = \tau_{wt} = M_T / W_{wp}$; das polare Widerstandsmoment der Schweißnaht beträgt

$$W_{wp} = \frac{D^4 - d^4}{5D} = \frac{60^4 \text{ mm}^4 - 48^4 \text{ mm}^4}{5 \cdot 60 \text{ mm}} \approx 25500 \text{ mm}^3$$

Damit wird

$$\tau_{wt} = \frac{1,1 \cdot 10^6 \text{ Nmm}}{25,5 \cdot 10^3 \text{ mm}^3} \approx 43 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}.$$

In der Gleichung für σ_{wv} steht das Anstrengungsverhältnis α_0 . Nach 5.2.2 ist $\alpha_0 = \sigma_D / (1,7 \cdot \tau_D)$. σ_D entspricht hier der Biege-wechselfestigkeit $\sigma_{bw} = 260 \text{ N/mm}^2$ nach Tabelle 8, Abschnitt D. τ_D entspricht der Torsionsschwellfestigkeit $\tau_{tsch} = 210 \text{ N/mm}^2$. Damit wird

$$\alpha_0 = \frac{\sigma_D}{1,71 \cdot \tau_D} = \frac{\sigma_{bw}}{1,7 \cdot \tau_{tsch}} = \frac{260 \text{ N/mm}^2}{1,7 \cdot 210 \text{ N/mm}^2} = 0,73$$

und

$$\sigma_{wv} = \sqrt{(52 \text{ N/mm}^2)^2 + 3(0,73 \cdot 43 \text{ N/mm}^2)^2} \approx 75 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}.$$

Die zulässige Schweißnahtspannung ist nach Gleichung (8)

$$\sigma_{wzul} = \sigma_D b_1 b_2 / \nu.$$

Mit Sicherheit $\nu = 2$; $b_1 = 0,8 + 10\% = 0,88$; $b_2 = 0,8$ wird

$$\sigma_{wzul} = \frac{260 \text{ N/mm}^2 \cdot 0,88 \cdot 0,8}{2} = 91,5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} > \sigma_{wv} = 75 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}.$$

Die Schweißnaht ist dauerbruchsicher.

11. Statički opterećeni konzolni nosač

[Böge, 2011, s. 627-628]

Ein Seilspanner, Werkstoff S235J2G3, ist mit Kehlnähten an eine Stahlstütze mit Horizontalnähten a_F am Flansch und Doppelkehlnähten a_S an den Stegen angeschlossen. Alle Nähte werden rundum geschweißt (verriegelt). Die kurzen der Blechdicke entsprechenden Nähte werden in der Berechnung nicht berücksichtigt. Die Länge der Stegnaht ist mit $h_S = 70$ mm konstruktiv ausgelegt. Alle weiteren Angaben zeigt Bild 8.

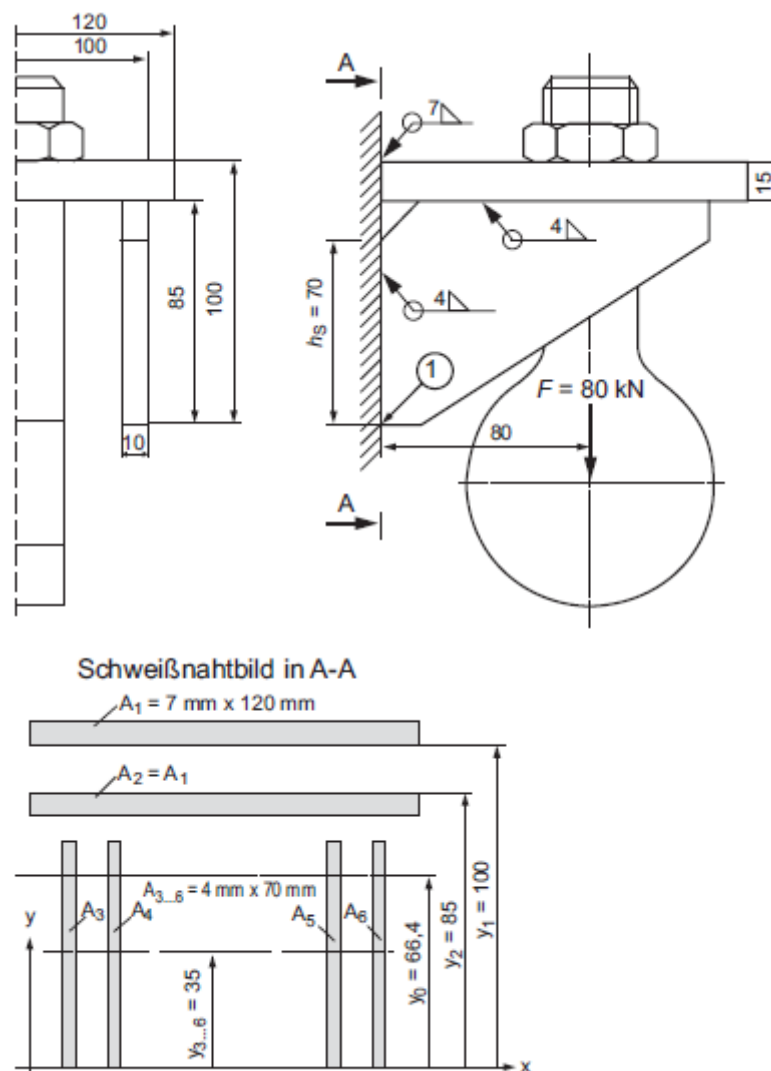


Bild 8. Geschweißte Konsole mit Seilspanner

Rješenje

Schweißnahtnachweis:

Der Schweißnahtanschluss A-A wird unter Vernachlässigung der Eigenlast durch das Biegemoment

$M_b = Fl = 80 \text{ kN} \cdot 80 \text{ mm} = 6,4 \cdot 10^6 \text{ Nmm}$ und abscherend durch die Querkraft 80 kN beansprucht. Die Grenzschweißnahtspannung $\sigma_{w,R,d}$ beträgt

$$\sigma_{w,R,d} = \alpha_w \frac{f_{yk}}{\gamma_M} = 0,95 \frac{240 \text{ N/mm}^2}{1,1} \approx 207 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} .$$

Die Maximalspannung tritt im Punkt ① auf (Bild 8). Die Normalspannung σ_{\perp} wird vom gesamten Schweißnahtanschluss getragen, nach (3) gilt:

$$\sigma_{\perp} = \frac{M_b}{I_w} y_0$$

Zur Berechnung von y_0 und I_w werden zunächst die Kehlnahtdicken am Flansch und am Steg vordimensioniert. Dafür können die Grenzabmessungen nach Tabelle 7 benutzt werden:

$$\begin{aligned} a_F &\leq 0,7 t_F = 0,5 \cdot 15 \text{ mm} = 7,5 \text{ mm} && \text{gewählt: } a_F = 7 \text{ mm} \\ a_S &\leq 0,7 t_S = 0,5 \cdot 10 \text{ mm} = 5,0 \text{ mm} && \text{gewählt: } a_S = 5 \text{ mm} \end{aligned}$$

Wegen des nichtsymmetrischen Anschlusses wird zunächst der Schwerpunktabstand der Gesamtschweißnahtfläche A-A von der x -Achse mit den Einzelschweißnahtflächen $A_1 = A_2 = 7 \text{ mm} \cdot 120 \text{ mm} = 840 \text{ mm}^2$ und $A_{3\dots 6} = 5 \cdot 70 \text{ mm} = 350 \text{ mm}^2$ bestimmt, siehe Abschnitt D, Festigkeitslehre. y_1 und y_2 reichen von der x -Achse zum theoretischen Wurzelpunkt, $y_{3\dots 6}$ zum Flächenschwerpunkt der Schweißnähte.

$$y_0 = \frac{A_1 y_1 + A_2 y_2 + \dots + A_6 y_6}{\sum A_{1-6}}$$

$$y_0 = \frac{840 \text{ mm}^2 \cdot 100 \text{ mm} + 840 \text{ mm}^2 \cdot 85 \text{ mm} + 4 \cdot 35 \text{ mm} \cdot 350 \text{ mm}^2}{3080 \text{ mm}^2} \approx$$

$$\approx 66,4 \text{ mm}$$

Damit kann das Flächenmoment I_w 2. Grades im Querschnitt A-A ermittelt werden:

$$I_w = A_1 \cdot l_1^2 + A_2 \cdot l_2^2 + A_3 \cdot l_3^2 + A_4 \cdot l_4^2 + A_5 \cdot l_5^2 + A_6 \cdot l_6^2 + \frac{a_s \cdot h_s^3}{3}$$

$$I_w = 840 \text{ mm}^2 \left[(100 \text{ mm} - 66,4 \text{ mm})^2 + (85 \text{ mm} - 66,4 \text{ mm})^2 \right] +$$

$$+ 4 \cdot 350 \text{ mm}^2 \cdot (35 \text{ mm} - 66,4 \text{ mm})^2 + \dots 0,33 \cdot 5 \cdot 70^3 \text{ mm}^4$$

$$I_w = 31,9 \cdot 10^5 \text{ mm}^4$$

Maximale Normalspannung σ_{\perp} im Punkt ① :

$$\sigma_{\perp} = \frac{F \cdot l}{I_w} y_0 = \frac{80 \text{ kN} \cdot 80 \text{ mm}}{31,9 \cdot 10^5 \text{ mm}^4} \cdot 66,4 \text{ mm} \approx 133 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Schubspannung τ_{\parallel} im Punkt ① :

Zur Berechnung der Schubspannung $\tau_{\parallel} = F/A_w$ wird nur die Fläche der in Kraftwirkungsrichtung liegenden Stegnähte $A_{3...6}$ herangezogen.

$$\tau_{\parallel} = \frac{F}{A_w} = \frac{80 \text{ kN}}{1400 \text{ mm}^2} \approx 57 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Vergleichsspannung im Punkt ① :

$$\sigma_{w,v} = \sqrt{\sigma_{\perp}^2 + \tau_{\parallel}^2} = \sqrt{(133 \text{ N/mm}^2)^2 + (57 \text{ N/mm}^2)^2} \approx 145 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Schweißnahtnachweis:

$$\frac{\sigma_{w,v}}{\sigma_{w,R,d}} = \frac{145 \text{ N/mm}^2}{207 \text{ N/mm}^2} \leq 1 \quad .$$

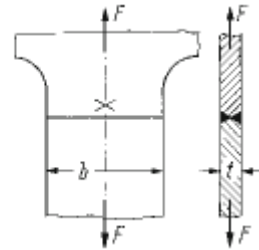
Die Tragfähigkeit des Schweißnahtanschlusses im Querschnitt A-A ist nachgewiesen. Das Verringern der Kehlnahtdicken und erneutes Nachrechnen ist ratsam, um Schweißelektrodenverbrauch und Fertigungszeit zu senken.

12. Statički opterećena čelična konstrukcija

[Haberhauer, 2011, s. 84]

Ein Flachstahl aus S235 mit einer Dicke von $t = 15 \text{ mm}$ soll mit einer X-Naht an eine Stahlkonstruktion nach Abb. 2.13 angeschweißt werden. Er wird ruhend mit $F = 168000 \text{ N}$ belastet (Lastfall H). Gesucht wird die erforderliche Breite des Flachstahls.

Abb. 2.13. Auslegung einer Stumpfnah bei stationärer Beanspruchung (Beispiel 1)



Rješenje

Nach Tabelle 2.9 ist die zulässige Spannung in der Schweißnaht $\sigma_{zul} = 160 \text{ N/mm}^2$. Die Schweißnahtdicke der Stumpfnah ist $a = t = 15 \text{ mm}$. Für die erforderliche Schweißnahtlänge gilt:

$$l = \frac{F}{a \sigma_{zul}} = \frac{168 \cdot 10^3 \text{ N}}{15 \text{ mm} \cdot 160 \text{ N/mm}^2} = 70 \text{ mm}$$

Nach Gl (2.1) wird die Breite des Flachstahls

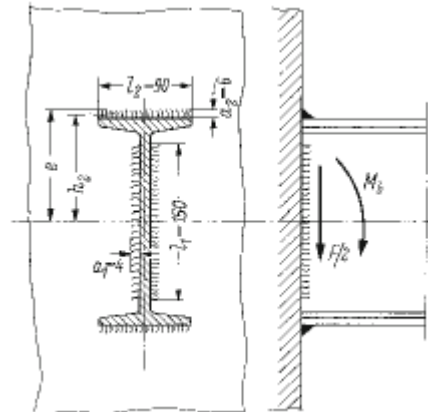
$$b = l + 2a = 70 \text{ mm} + 2 \cdot 15 \text{ mm} = \underline{100 \text{ mm}}$$

13. Statički opterećeni čelični nosač

[Haberhauer, 2011, s. 84,92-93]

Ein in der Mitte mit $F = 100\,000 \text{ N}$ belasteter Träger ($h = 200 \text{ mm}$, $b = 90 \text{ mm}$ und $l = 800 \text{ mm}$) aus S235 ist entsprechend Abb. 2.14 mit Kehlnähten seitlich an biegesteife Wände angeschweißt.

Abb. 2.14. Festigkeitsnachweis einer Kehlnahntverbindung bei stationärer Beanspruchung (Beispiel 2)



Rješenje

1. Belastungsgrößen.

1.1 Biegemoment:

$$M_b = \frac{Fl}{8} = \frac{100\,000 \text{ N} \cdot 800 \text{ mm}}{8} = 10 \cdot 10^6 \text{ Nmm}$$

1.2. Querkraft:

$$F_Q = F/2 = 50\,000 \text{ N}$$

2. Geometrische Größen

2.1 Widerstandsmoment gegen Biegung:

mit

$$h_2 = \frac{h + a_2}{2} = \frac{200 + 6}{2} = 103 \text{ mm}$$

wird

$$I_b = 2 \left[\frac{l_2 a_2^3}{12} + l_2 a_2 h_2^2 + \frac{a_1 l_1^3}{12} \right] = 2 \left[\frac{90 \cdot 6^3}{12} + 90 \cdot 6 \cdot 103^2 + \frac{4 \cdot 150^3}{12} \right]$$

$$= 13,7 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

und mit

$$e = e_{\max} = \frac{h}{2} + a_2 = 100 + 6 = 106 \text{ mm}$$

wird

$$W_b = \frac{I_b}{e_{\max}} = \frac{13,7 \cdot 10^6 \text{ mm}^4}{106 \text{ mm}} = 129 \cdot 10^3 \text{ mm}^3$$

2.2 Schweißnahtfläche für Schubbeanspruchung

$$A_{wS} = 2 a_1 l_1 = 2 \cdot 4 \text{ mm} \cdot 150 \text{ mm} = 1200 \text{ mm}^2$$

3. Nennspannungen

3.1 Biegespannung:

$$\sigma_{w,b} = \frac{M_b}{W_b} = \frac{10 \cdot 10^6 \text{ Nmm}}{129 \cdot 10^3 \text{ mm}^3} = 77,5 \text{ N/mm}^2$$

3.2 Schubspannung:

$$\tau_{w,s} = \frac{F_Q}{A_{wS}} = \frac{50\,000 \text{ N}}{1200 \text{ mm}^2} = 41,7 \text{ N/mm}^2$$

3.3 Vergleichsspannung nach Gl. (2.2):

$$\sigma_{w,v} = \sqrt{\sigma_{w,b}^2 + \tau_{w,s}^2} = 88 \text{ N/mm}^2.$$

4. Zulässige Spannungen

Nach Tabelle 2.9 wird $\sigma_{w,v \text{ zul}} = \sigma_{w \text{ zul}} = 135 \text{ N/mm}^2$.

5. Vergleich (Festigkeitsnachweis):

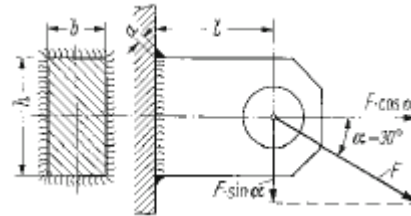
$$\sigma_{w,v} = 88 \text{ N/mm}^2 < \sigma_{w \text{ zul}} = 135 \text{ N/mm}^2.$$

14. Dinamički opterećení čelični nosač

[Haberhauer, 2011, s. 93-95]

An einer Tragöse mit rechteckigem Querschnitt (Abb. 2.15), die mit Kehlnähten von der Dicke $a = 5 \text{ mm}$ an eine steife Wand angeschweißt ist, greift unter dem Winkel $\alpha = 30^\circ$ eine Schwellkraft mit $F_{\max} = 15000 \text{ N}$ an. Die Tragöse aus S 355 hat die Abmessungen $l = 40 \text{ mm}$, $h = 40 \text{ mm}$ und $b = 20 \text{ mm}$.

Abb. 2.15. Festigkeitsnachweis einer Kehlnahtverbindung bei dynamischer Beanspruchung (Beispiel 3)



Rješenje

1. Belastungsgrößen

1.1 Maximale Normalkraft (Zugkraft):

$$F_N = F \cos \alpha = 15000 \text{ N} \cdot \cos 30^\circ = 13000 \text{ N}$$

1.2 Maximales Biegemoment:

$$M_b = F l \sin \alpha = 15000 \text{ N} \cdot 40 \text{ mm} \cdot \sin 30^\circ = 300000 \text{ Nmm}$$

1.3 Maximale Querkraft:

$$F_Q = F \sin \alpha = 15000 \text{ N} \cdot \sin 30^\circ = 7500 \text{ N}$$

2. Geometrische Größen

2.1 Schweißnahtfläche für Zugspannung:

$$A_w = 2 a (h + b) = 2 \cdot 5 \text{ mm} \cdot (40 \text{ mm} + 20 \text{ mm}) = 600 \text{ mm}^2$$

2.2 Widerstandsmoment gegen Biegung:

$$I_b = 2 \left[\frac{b a^3}{12} + b a \left(\frac{h + a}{2} \right)^2 + \frac{a h^3}{12} \right]$$

$$= 2 \left[\frac{20 \cdot 5^3}{12} + 20 \cdot 5 \cdot 22,5^2 + \frac{5 \cdot 40^3}{12} \right] = 155 \cdot 10^3 \text{ mm}^4$$

$$W_b = \frac{I_b}{e_{\max}} = \frac{I_b}{h/2 + a} = \frac{155 \cdot 10^3 \text{ mm}^4}{25 \text{ mm}} = 6200 \text{ mm}^3$$

2.3 Schweißnahtfläche für Schubbeanspruchung:

$$A_{wS} = 2 a h = 2 \cdot 5 \text{ mm} \cdot 40 \text{ mm} = 400 \text{ mm}^2$$

3. Nennspannungen

3.1 Zugspannung:

$$\sigma_{w,z} = \frac{F_N}{A_w} = \frac{13000 \text{ N}}{600 \text{ mm}^2} = 21,7 \text{ N/mm}^2$$

3.2 Biegespannung:

$$\sigma_{w,b} = \frac{M_b}{W_b} = \frac{300000 \text{ Nmm}}{6200 \text{ mm}^3} = 48,4 \text{ N/mm}^2$$

Die maximale Normalspannung tritt in der oberen Naht auf, da sich hier die Biege- und Zugspannungen additiv überlagern:

$$\sigma_{w,b \max} = \sigma_{w,b} + \sigma_{w,z} = 48,4 + 21,7 = 70,1 \text{ N/mm}^2$$

3.3 Schubspannung:

$$\tau_{w,s} = \frac{F_Q}{A_{wS}} = \frac{7500 \text{ N}}{400 \text{ mm}^2} = 18,8 \text{ N/mm}^2$$

3.4 Vergleichsspannung nach Gl. (2.3):

$$\sigma_{w,v} = \sqrt{\sigma_{w,b \max}^2 + 2 \cdot \tau_{w,s}^2} = \sqrt{70,1^2 + 2 \cdot 18,8^2} = 75 \text{ N/mm}^2$$

4. Zulässige Spannungen

Nach Gl. (2.4) ist das Grenzspannungsverhältnis

$$\kappa = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}} = \frac{F_{\min}}{F_{\max}} = \frac{0}{15000 \text{ N}} = 0 \quad (\text{Schwellfestigkeit})$$

Nach Abb. 2.10 läßt sich die Tragöse dem Kerbfall F(5) zuordnen. Damit kann aus Abb. 2.11 für $\kappa = 0$ die zulässige Normalspannung mit $\sigma_{zul} = 80 \text{ N/mm}^2$ abgelesen werden. Da die zulässige Spannung nur für Bauteildicken $\leq 10 \text{ mm}$ gilt, muß dieser Wert mit dem Dickenbeiwert nach Abb. 2.12 multipliziert werden:

$$\sigma_{w,zul} = b \sigma_{zul} = 0,95 \cdot 80 \text{ N/mm}^2 = 76 \text{ N/mm}^2$$

5. Vergleich (Festigkeitsnachweis):

$$\sigma_{w,v} = 75 \text{ N/mm}^2 < \sigma_{w,zul} = 76 \text{ N/mm}^2.$$

1.6 Rastavljivi spojevi

15. Zatik

[Haberhauer, 2011, s. 160]

Beispiel: Steckkerbstift mit Hals KS7 aus E 295 mit $\sigma_{b, zul} = 0,7 \cdot 80 = 56 \text{ N/mm}^2$ und $\tau_{s, zul} = 0,7 \cdot 50 = 35 \text{ N/mm}^2$ (Tabelle 2.22) bei schwellender Last und $p_{zul} = 0,7 \cdot 60 = 42 \text{ N/mm}^2$ für Festsitz in Stahlguß (Tabelle 2.21).

Traži se

Gesucht: zulässige Kraft F bei gegebenen Abmessungen: $d = 20 \text{ mm}$; $s = 25 \text{ mm}$; $h = 40 \text{ mm}$.

Rješenje

Aus $p_{max} \leq p_{zul}$ folgt [Gl. (2.37)]

$$F \leq \frac{p_{zul} d s}{4 + 6 \cdot h/s} = \frac{42 \text{ N/mm}^2 \cdot 20 \text{ mm} \cdot 25 \text{ mm}}{4 + 6 \cdot 40/25} = 1550 \text{ N}$$

Aus $\sigma_b \leq \sigma_{b, zul}$ folgt [Gl. (2.38)]

$$F \leq \frac{\sigma_{b, zul}}{h} \frac{\pi d^3}{32} = \frac{56 \text{ N/mm}^2}{40 \text{ mm}} \cdot 785 \text{ mm}^3 = 1100 \text{ N}$$

Aus $\tau_s \leq \tau_{s, zul}$ folgt [Gl. (2.39)]

$$F \leq \tau_{s, zul} \cdot \frac{\pi d^3}{4} = 35 \text{ N/mm}^2 \cdot 314 \text{ mm}^3 = 11000 \text{ N}$$

Hier ist also der kleinere Wert aus der Biegespannung maßgebend. Die Scherspannung ist, wie die Rechnung zeigt, in der Regel vernachlässigbar.

1.7 Vijčani spojevi

16. Dinamički opterećeni vijčani spoj

[Böge, 2011, s. 648÷650]

Die beiden Flansche einer dynamisch axial belasteten, vorgespannten Schraubenverbindung sollen mit Durchsteckschrauben verbunden werden (Schaftschrauben mit metrischem ISO-Regelgewinde). Die Berechnung soll dem vorhergehenden Kapitel 7.6.5 folgen.

Zadano

axiale Betriebskraft	$F_{A \max} = 6 \text{ kN}$
	$F_{A \min} = 0$
Mindestklemmkraft	$F_{K \text{ erf}} = 6 \text{ kN}$
Belastungsart:	dynamisch schwellend
Krafteinleitungsfaktor	$n = 0,4$ (angenommen)
Festigkeitsklasse	8.8
Flanschwerkstoff EN-GJL-300	$E_p = 12 \cdot 10^4 \text{ N/mm}^2$
mit Schraubenwerkstoff Stahl	$E_S = 21 \cdot 10^4 \text{ N/mm}^2$
mit Klemmlänge	$l_K = 40 \text{ mm}$

Anziehen der Schraube mit Drehmomentenschlüssel (Anziehungsfaktor $\alpha_A = 1,4$ angenommen), Gewinde ohne Nachbehandlung, trocken.

Rješenje

Erforderlicher Spannungsquerschnitt $A_{S \text{ erf}}$ und Gewindedurchmesser d

$$A_{S \text{ erf}} = \frac{\alpha_A (F_{K \text{ erf}} + F_A)}{v R_{p0,2}}$$

$$A_{S \text{ erf}} = \frac{1,4 (6000 \text{ N} + 6000 \text{ N})}{0,7 \cdot 660 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}$$

$$A_{S \text{ erf}} = 36,4 \text{ mm}^2$$

$$\alpha_A = 1,4 \text{ (angenommen)}$$

$$F_A = 6000 \text{ N}$$

$$F_{K \text{ erf}} = 6000 \text{ N}$$

$$v = 0,7 \text{ (gewählt)}$$

$$R_{p0,2} = 660 \text{ N/mm}^2 \text{ nach Tabelle 1}$$

Nach Tabelle 7 wird das Gewinde M8 gewählt mit

$$A_S = 36,6 \text{ mm}^2 = A_{S \text{ erf}} = 36,4 \text{ mm}^2.$$

Zusammenstellung geometrischer Größen der Schraube
(Tabellen 5 und 7)

Gewindedurchmesser	$d = 8 \text{ mm}$
Flankendurchmesser	$d_2 = 7,188 \text{ mm}$
Steigungswinkel	$\alpha = 3,17^\circ$
Spannungsquerschnitt	$A_S = 36,6 \text{ mm}^2$
Schaftquerschnitt	$A = 50,3 \text{ mm}^2$
polares Widerstandsmoment	$W_{pS} = 62,46 \text{ mm}^3$
Bezeichnung der Schraube:	M8 \times 50 DIN 13 – 8.8
Durchmesser der Kopfauflage	$d_w = 13 \text{ mm}$
Schraubenlänge (gewählt)	$l = 50 \text{ mm}$
Gewindelänge	$b = 22 \text{ mm}$
Durchgangsbohrung	$d_h = 9 \text{ mm}$
Kopfauflagefläche	$A_p = 69,1 \text{ mm}^2$
Außendurchmesser der verspannten Teile	$D_A = 25 \text{ mm}$

Nachgiebigkeit δ_s der Schraube

$$\delta_s = \frac{\frac{l_1}{A} + \frac{l_2 + 0,8 d}{A_s}}{E_s} = \frac{\frac{28 \text{ mm}}{50,3 \text{ mm}^2} + \frac{12 \text{ mm} + 0,8 \cdot 8 \text{ mm}}{36,6 \text{ mm}^2}}{21 \cdot 10^4 \text{ N/mm}^2}$$

$$\delta_s = 5 \cdot 10^{-6} \frac{\text{mm}}{\text{N}}$$

$$l_1 = l - b = (50 - 22) \text{ mm} = 28 \text{ mm}$$

$$l_2 = l_k - l_1 = (40 - 28) \text{ mm} = 12 \text{ mm}$$

$$A = 50,3 \text{ mm}^2$$

$$A_s = 36,6 \text{ mm}^2$$

$$E_s = 21 \cdot 10^4 \text{ N/mm}^2$$

Querschnitt A_{ers} des Ersatz-Hohlzylinders der Flansche nach (22b)

$$A_{\text{ers}} = 239 \text{ mm}^2$$

Nachgiebigkeit δ_p der Flansche

$$\delta_p = \frac{l_k}{A_{\text{ers}} E_p} = \frac{40 \text{ mm}}{239 \text{ mm}^2 \cdot 12 \cdot 10^4 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} = 1,39 \cdot 10^{-6} \frac{\text{mm}}{\text{N}}$$

Kraftverhältnis Φ

$$\Phi = \frac{\delta_p}{\delta_p + \delta_s} = \frac{1,39 \cdot 10^{-6} \frac{\text{mm}}{\text{N}}}{(1,39 + 5) \cdot 10^{-6} \frac{\text{mm}}{\text{N}}} = 0,218$$

$$\Phi_n = n \Phi = 0,4 \cdot 0,218 = 0,0872$$

Setzkraft F_z

$$F_z = f_z \frac{\Phi}{\delta_p} = 0,006 \text{ mm} \frac{0,218}{1,39 \cdot 10^{-6} \frac{\text{mm}}{\text{N}}} = 941 \text{ N}$$

Für $l_k/d = 40 \text{ mm} / 8 \text{ mm} = 5$ ist nach 7.6.5.7 der Setzbetrag $f_z = 0,006 \text{ mm}$.

Montagevorspannkraft F_{VM}

$$F_{VM} = \alpha_A [F_Z + F_{K\text{ref}} + F_A (1 - n \Phi)]$$

$$F_{VM} = 1,4 [941\text{N} + 6\,000\text{N} + 6\,000\text{N}(1 - 0,4 \cdot 0,218)]$$

$$F_{VM} = 18\,117\text{N}$$

Schraubenkraft F_S

$$F_S = F_{VM} + n \Phi F_A$$

$$F_S = 18\,117\text{N} + 0,5 \cdot 0,218 \cdot 6\,000\text{N}$$

$$F_S = 18\,640\text{N}$$

Kräftevergleich $F_S \leq F_{0,2}$

$$F_{0,2} = A_S R_{p\,0,2}$$

$$F_{0,2} = 36,6\text{mm}^2 \cdot 660 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 24\,156\text{N} = 24,2\text{kN}$$

$$F_S = 18,6\text{kN} < 24,2\text{kN} \text{ (Bedingung erfüllt)}$$

Anziedrehmoment M_A

$$M_A = F_{VM} \left[\frac{d_2}{2} \tan(\alpha + \varrho') + \mu_A \cdot 0,7 d \right]$$

$$M_A = 18\,117\text{N} \left[\frac{7,188\text{mm}}{2} \tan(3,17^\circ + 9^\circ) + 0,1 \cdot 0,7 \cdot 8\text{mm} \right]$$

$$M_A = 24\,210\text{Nmm} = 25\text{Nm}$$

$$d_2 = 7,188\text{mm}$$

$$\alpha = 3,17^\circ$$

$$\varrho' = 9^\circ$$

$$\mu_A = 0,1$$

$$d = 8\text{mm}$$

Montagevorspannung σ_{VM}

$$\sigma_{VM} = \frac{F_{VM}}{A_S} = \frac{18\,117\text{N}}{36,6\text{mm}^2} = 495 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Torsionsspannung τ_t

$$\tau_t = \frac{F_{VM} d_2 \tan(\alpha + \rho')}{2 W_{fS}} = \frac{18117 \text{ N} \cdot 7,188 \text{ mm} \tan(3,17^\circ + 9^\circ)}{2 \cdot 62,46 \text{ mm}^3} =$$

$$= 225 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Vergleichsspannung σ_{red}

$$\sigma_{red} = \sqrt{\sigma_{VM}^2 + 3\tau_t^2} = \sqrt{\left(495 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}\right)^2 + 3\left(225 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}\right)^2} =$$

$$= 630 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$\sigma_{red} = 630 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} > 0,9 R_{p0,2} = 0,9 \cdot 660 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 594 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

(Bedingung *nicht* erfüllt)

Ausschlagkraft F_a

$$F_a = \frac{F_{SA}}{2} = \frac{n \Phi F_A}{2} \quad F_{SA} = n \Phi F_A \text{ nach Gleichung (40)}$$

$$F_a = \frac{0,4 \cdot 0,218 \cdot 6000 \text{ N}}{2} = 261,6 \text{ N}$$

Ausschlagspannung σ_a

$$\sigma_a = \frac{F_a}{A_S} = \frac{261,6 \text{ N}}{36,6 \text{ mm}^2} = 7,15 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$\sigma_a = 7,15 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} < 0,9 \sigma_A = 0,9 \cdot 50 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 45 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

(Bedingung erfüllt)

Flächenpressung p

$$p = \frac{F_S}{A_p} = \frac{18117 \text{ N}}{69,1 \text{ mm}^2} = 262 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$p = 262 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} < p_G = 750 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \text{ (Bedingung erfüllt)}$$

17. Poprečno opterećeni vijčani spoj

[Böge, 2011, s. 651-652]

Das Tellerrad an einem Ausgleichsgetriebe soll mit Schraubschrauben mit metrischem ISO-Regelgewinde befestigt werden.

Zadano

zu übertragendes Drehmoment	$M = 2\,300\text{ Nm}$
Lochkreisdurchmesser	$d_L = 130\text{ mm}$
Anzahl der Schrauben	$n = 12$ (angenommen)
Klemmlänge	$l_K = 20\text{ mm}$
Festigkeitsklasse	12.9
Werkstoff der verspannten Teile	Stahlguss

Anziehen der Schrauben von Hand mit Drehmomentenschlüssel.

Gesucht sind alle wichtigen Größen der vorgespannten Schraubenverbindung unter der Bedingung, dass eine axial wirkende Betriebskraft nicht auftritt ($F_A = 0$).

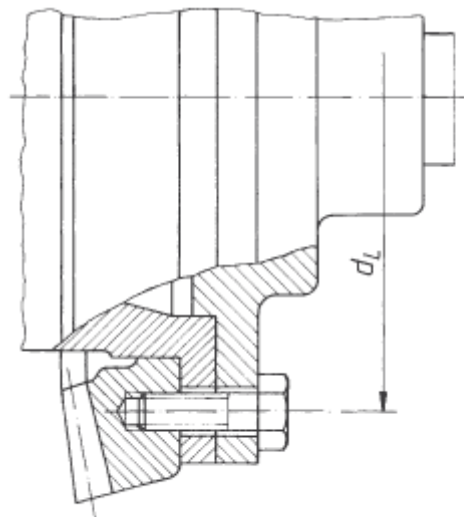


Bild 13. Tellerradverbindung am Kraftfahrzeug

Rješenje

Erforderliche Klemmkraft $F_{K\text{erf}}$ je Schraube

$$F_{K\text{erf}} = \frac{2 M}{n \mu_A d_L}$$

$$F_{K\text{erf}} = \frac{2 \cdot 2300 \cdot 10^3 \text{ Nmm}}{12 \cdot 0,1 \cdot 130 \text{ mm}} = 29490 \text{ N}$$

$$M = 2300 \cdot 10^3 \text{ Nmm}$$

$$n = 12$$

$$d_L = 130 \text{ mm}$$

$$\mu_A = 0,1 \text{ f\u00fcr Stahl/Stahl (angenommen)}$$

Erforderlicher Spannungsquerschnitt $A_{S\text{erf}}$ und Schraubendurchmesser d

$$A_{S\text{erf}} \geq \frac{\alpha_A F_{K\text{erf}}}{v R_{p0,2}}$$

$$A_{S\text{erf}} \geq \frac{1,6 \cdot 29490 \text{ N}}{0,6 \cdot 1100 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} = 71,5 \text{ mm}^2$$

$$\alpha_A = 1,6 \text{ nach 7.6.5.1}$$

$$R_{p0,2} = 1100 \text{ N/mm}^2 \text{ (Tabelle 1)}$$

$$v = 0,6 \text{ nach 7.6.5.1 (angenommen)}$$

Nach Tabelle 7 wird das Gewinde M12 gew\u00e4hlt mit $A_S = 84,3 \text{ mm}^2 > A_{S\text{erf}} = 71,5 \text{ mm}^2$.

Nachgiebigkeit δ_s der Schraube

$$\delta_s = \frac{\frac{l_1}{A} + \frac{l_2 + 0,8 d}{A_s}}{E_s}$$

$$l_1 = 15 \text{ mm (angenommen)}$$

$$l_2 = 5 \text{ mm}$$

$$A = 113 \text{ mm}^2$$

$$\delta_s = \frac{\frac{15 \text{ mm}}{113 \text{ mm}^2} + \frac{5 \text{ mm} + 0,8 \cdot 12 \text{ mm}}{84,3 \text{ mm}^2}}{21 \cdot 10^4 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}$$

$$\delta_s = 1,46 \cdot 10^{-6} \frac{\text{mm}}{\text{N}}$$

Querschnitt A_{ers} des Ersatz-Hohlzylinders nach (22b)

$$A_{\text{ers}} = 259 \text{ mm}^2$$

mit den Größen

$$E_p = E_s = 21 \cdot 10^4 \text{ N/mm}^2$$

$$d = 12 \text{ mm}$$

$$l_1 = 15 \text{ mm}$$

$$l_2 = 5 \text{ mm}$$

$$A = 113 \text{ mm}^2$$

$$A_s = 84,3 \text{ mm}^2$$

$$D_A = 25 \text{ mm}$$

$$d_w = 19 \text{ mm}$$

$$d_h = 13 \text{ mm}$$

$$l_K = 20 \text{ mm}$$

Nachgiebigkeit δ_p der verspannten Teile

$$\delta_p = \frac{l_K}{A_{\text{ens}} E_p} = \frac{20 \text{ mm}}{259 \text{ mm}^2 \cdot 21 \cdot 10^4 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}$$

$$\delta_p = 0,368 \cdot 10^{-6} \frac{\text{mm}}{\text{N}}$$

Kraftverhältnis Φ

$$\Phi = \frac{\delta_p}{\delta_p + \delta_s} = \frac{0,368 \cdot 10^{-6} \frac{\text{mm}}{\text{N}}}{(0,368 + 1,46) \cdot 10^{-6} \frac{\text{mm}}{\text{N}}}$$

$$\Phi = 0,201$$

Setzkraft F_Z

$$F_Z = f_Z \frac{\Phi}{\delta_p}$$

f_Z in Abhängigkeit von l_K/d nach 7.6.5.7

$$\frac{l_K}{d} = \frac{20 \text{ mm}}{12 \text{ mm}} = 1,7 \Rightarrow f_Z \approx 0,004 \text{ mm}$$

$$F_Z = 0,004 \text{ mm} \cdot \frac{0,201}{0,368 \cdot 10^{-6} \frac{\text{mm}}{\text{N}}}$$

$$F_Z = 2185 \text{ N}$$

Montagevorspannkraft F_{VM}

$$F_{VM} = \alpha_A [F_{K_{eff}} + F_Z + (1 - n \Phi) F_A]$$

$$F_{VM} = 1,6 \cdot (29\,490 \text{ N} + 2\,185 \text{ N}) = 50\,680 \text{ N}$$

Beachte: $F_A = 0!$

Schraubenkraft F_S

$$F_S = F_{VM} + n \Phi F_A \text{ mit } F_A = 0 \text{ wird daraus}$$

$$F_S = F_{VM} = 50\,680 \text{ N}$$

Kraftnachweis zur ersten Kontrolle

Mit $F_S = F_{VM}$ sowie $R_{p\,0,2} = 1\,100 \text{ N/mm}^2$ erhält man:

$$\begin{aligned} F_{0,2} &= A_S R_{p\,0,2} = \\ &= 84,3 \text{ mm}^2 \cdot 1\,100 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = \\ &= 92\,730 \text{ N} \end{aligned}$$

$$F_S = F_{VM} = 50\,680 \text{ N} < F_{0,2} = 92\,730 \text{ N}$$

Die Rechnung zeigt, dass die größte Schraubenzugkraft $F_S = F_{VM}$ kleiner ist als die Streckgrenzkraft $F_{0,2}$ für die Festigkeitsklasse 12.9 der Schraube. Das gewählte Gewinde M 12 kann also beibehalten werden.

Erforderliches Anziehdrehmoment M_A

$$M_A = F_{VM} \left[\frac{d_2}{2} \tan(\alpha + \varrho') + \mu_A \cdot 0,7 d \right]$$

$$\begin{aligned} M_A &= 50\,680 \text{ N} \left[\frac{10,863 \text{ mm}}{2} \cdot \tan(2,94^\circ + 9^\circ) + 0,1 \cdot 0,7 \cdot 12 \text{ mm} \right] = \\ &= 100\,780 \text{ Nmm} \end{aligned}$$

$$M_A = 100 \text{ Nm}$$

Spannungen und Flächenpressung

Die folgenden Größen werden wie im Beispiel 7.6.6 berechnet.
Man erhält:

Montagevorspannung	$\sigma_{VM} = 601 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$
Torsionsspannung	$\tau_t = 262 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$
Vergleichsspannung	$\sigma_{red} = 753 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} < 0,9 R_{p0,2}$
	$\sigma_{red} = 990 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$
Flächenpressung	$p = 362 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} < p_G$
	$p = 500 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

Die Rechnung zeigt, dass unter den gegebenen Bedingungen die gewählte Schraube M12 beibehalten werden kann.

18. Vijak za pričvršćivanje

[Haberhauer, 2011, s. 201÷202]

Eine Augenschraube mit der Festigkeitsklasse 4.6 ($R_e = 240 \text{ N/mm}^2$) wird nach Abb. 2.106 a mit einer ruhenden Last von $F = 37\,000 \text{ N}$ belastet. Welcher Gewindedurchmesser ist erforderlich, wenn mit einer Sicherheit von $S_F = 2$ gerechnet werden soll?

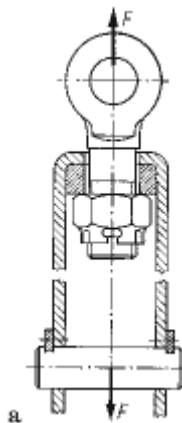


Abb. 2.106. Berechnungsbeispiele Befestigungsschraube: a) Augenschraube mit ruhender Last;

Rješenje

Da die Schraube nicht vorgespannt ist, wird sie nur auf Zug beansprucht. Für den erforderlichen Spannungsquerschnitt gilt somit:

$$A_S \geq \frac{F \cdot S_F}{R_e} = \frac{37\,000 \text{ N} \cdot 2}{240 \text{ N/mm}^2} = 308 \text{ mm}^2$$

Ein geeignetes Regelgewinde wäre nach Tabelle 2.26: M24 mit $A_S = 353 \text{ mm}^2$.

19. Vijak za pričvršćivanje

[Haberhauer, 2011, s. 201-202]

2. Beispiel: Berechnung einer vorgespannten Dehnschraube.

Die untere Deckelschraube eines unter $\alpha = 45^\circ$ schräg geteilten Dieselmotorenpleuels (Abb. 2.106b) ist für die schwelende Betriebskraft $F_A = 6000 \text{ N}$ nachzurechnen. Die Vorspannkraft wird zur Sicherung gegen Lockern hoch gewählt: $F_V = 4,5 \cdot F_A = 27\,000 \text{ N}$. Als Schraube ist eine

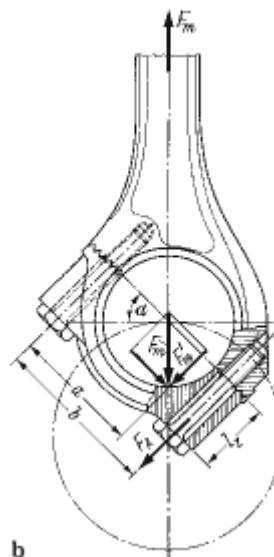


Abb. 2.106. Berechnungsbeispiele Befestigungsschraube: a) Augenschraube mit ruhender Last; b) vorgespannte Dehnschraube mit schwelender Beanspruchung

Rješenje

Dünnschaftschraube M12 mit der Festigkeitsklasse 12.9 vorgesehen (Schaftdurchmesser $d_T = 0,9 \cdot d_3 = 8,8$ mm). Für die Berechnung wird die Krafteinleitung am Schraubenkopf angenommen (Klemmlänge $l_K = l_z = 45$ mm).

Federrate der Schraube nach Gl. (2.49) mit $E_M = E_S$:

$$\delta_S = \frac{1}{R_S} = \frac{1}{E_S} \left(\frac{l_{K0}}{A_N} + \frac{l_1}{A_T} + \frac{l_G}{A_{d3}} + \frac{l_M}{A_N} \right)$$

$$\delta_S = \frac{1}{2,1 \cdot 10^5} \left(\frac{0,5 \cdot 12}{113} + \frac{45}{61} + \frac{0,5 \cdot 12}{76} + \frac{0,4 \cdot 12}{113} \right) = 0,43 \cdot 10^{-5} \text{ mm/N}$$

daraus folgt:

$$R_S = \frac{1}{\delta_S} = 0,23 \cdot 10^6 \text{ N/mm}$$

Federrate der verspannten Teile nach Gl. (2.50b):

Mit $d_w = s = 18$ mm; $d_h = 13,5$ mm und $D_A = 22$ mm (aus Geometrie der Verschraubung) wird

$$\delta_p = \frac{1}{R_p} = \frac{\frac{2}{w \cdot d_h \cdot \tan \varphi_E} \ln \left[\frac{(d_w + d_h) \cdot (D_A - d_h)}{(d_w - d_h) \cdot (D_A + d_h)} \right] + \frac{4}{D_A^2 - d_h^2} \left[l_K - \frac{D_A - d_w}{w \cdot \tan \varphi_E} \right]}{E_p \cdot \pi}$$

$$= \frac{\frac{2}{2 \cdot 13,5 \cdot \tan 21,7^\circ} \ln \left[\frac{(18 + 13,5) \cdot (22 - 13,5)}{(18 - 13,5) \cdot (22 + 13,5)} \right] + \frac{4}{22^2 - 13,5^2} \left[45 - \frac{22 - 18}{2 \cdot \tan 21,7^\circ} \right]}{2,1 \cdot 10^5 \cdot \pi}$$

$$\delta_p = 0,0952 \cdot 10^{-5} \text{ mm/N}$$

daraus folgt:

$$R_p = \frac{1}{\delta_p} = 1,05 \cdot 10^6 \text{ N/mm}$$

Die Schraubenzusatzkraft ist dann nach Gl. (2.47):

$$F_{SA} = \frac{1}{1 + R_p/R_S} F_A = \frac{1}{1 + 4,565} \cdot 6000 \text{ N} = 1080 \text{ N}$$

Gewindemoment:

Mit $d_2 = 10,86$ mm und $P = 1,75$ mm wird $\tan \varphi = P/(\pi d_2) = 0,051$ oder $\varphi = 2,94^\circ$ und mit $\mu_G = 0,1$ wird $\tan \varrho' = \mu_G/\cos(\alpha/2) = 0,115$ oder $\varrho' = 6,58^\circ$.

$$M_G = F_v \frac{d_2}{2} \tan(\varphi + \varrho') = 27000 \frac{10,86}{2} \tan 9,52^\circ = 24590 \text{ Nmm}$$

Erforderliches Schraubenanzugsmoment (mit $\mu_K = 0,15$):

$$M_A = M_G + M_{KR} = M_G + F_v \mu_K \frac{D_{Km}}{2}$$

$$= 24590 + 27000 \cdot 0,15 \cdot \frac{18 + 13,5}{2 \cdot 2} = 56.484 \text{ Nmm}$$

Beim Anziehen mit einem Drehmomentschlüssel muß ein Anziehfaktor $\alpha_A = 1,5$ berücksichtigt werden, so daß sich nach Gl. (2.53) als maximale Vorspannkraft ergibt:

$$F_{V \max} = F_v \alpha_A = 27000 \text{ N} \cdot 1,5 = 40500 \text{ N}$$

Nach Tabelle 2.32 ist die zulässige Montagevorspannkraft:

$$F_{V \text{zul}} = 75900 \text{ N} > F_{V \max} = 40500 \text{ N}$$

Die maximal auftretenden Spannungen im Betrieb sind:

$$\sigma_z = \frac{F_{S \max}}{A_T} = \frac{F_{V \max} + F_{SA}}{A_T} = \frac{40500 + 1000}{61} = 680 \text{ N/mm}^2$$

$$\tau_t = \frac{M_{G \max}}{W_t} = \frac{M_G \cdot \alpha_A}{W_t} = \frac{24590 \cdot 1,5 \cdot 16}{8,8^3 \cdot \pi} = 275 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_V = \sigma_{\text{red,B}} = \sqrt{\sigma_z^2 + 3(0,5 \cdot \tau_t)^2} = 720 \text{ N/mm}^2$$

Daraus ergibt sich eine ausreichende Sicherheit gegen Fließen von

$$S_{\text{fl}} = \frac{R_{p0,2}}{\sigma_V} = \frac{1100}{720} = 1,5.$$

Die Ausschlagspannung σ_A der schwelenden Beanspruchung ist

$$\sigma_a = \frac{F_{SA,a}}{A_T} = \frac{F_{SA}/2}{A_T} = \frac{500}{61} = 8,2 \text{ N/mm}^2$$

Nach Abb. 2.104 ist die zulässige Ausschlagspannung $\sigma_A = 50 \text{ N/mm}^2$. Damit ergibt sich eine Sicherheit gegen Dauerbruch von

$$S_D = \frac{\sigma_A}{\sigma_a} = 6.$$

1.8 Pokretni elementi

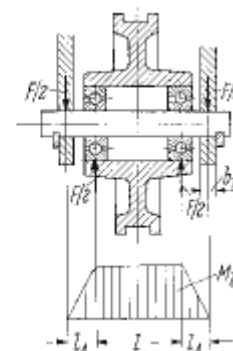
1.8.1 Osnove pokretnih elemenata

20. Osovina koloturnika

[Haberhauer, 2011, s. 281-282]

1. Beispiel: Der Durchmesser einer feststehenden Achse mit einer Belastung nach Abb. 4.3 soll überschlägig berechnet werden.

Abb. 4.3. Beispiel feststehende Achse



Zadano

Gegeben: $F = 60 \text{ kN}$; $l = 90 \text{ mm}$; $l_A = 50 \text{ mm}$; $b_1 = 12 \text{ mm}$; Werkstoff für die Achse E295 mit $\sigma_{bSch} = 355 \text{ N/mm}^2$; Werkstoff für Stützblech S235 mit $p_{zul} = 65 \text{ N/mm}^2$ (Tabelle 2.21).

Rješenje

Durchmesser aus Biegebeanspruchung:

$$M_{b \max} = \frac{F}{2} l_A = 30 \cdot 10^3 \text{ N} \cdot 50 \text{ mm} = 1500 \cdot 10^3 \text{ Nmm},$$

$$\sigma_{b \text{ zul}} = \frac{\sigma_{b \text{ Sch}}}{S} = \frac{355 \text{ N/mm}^2}{4} = 89 \text{ N/mm}^2,$$

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{32 M_{b \max}}{\pi \sigma_{b \text{ zul}}}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 1500 \cdot 10^3 \text{ Nmm}}{\pi \cdot 89 \text{ N/mm}^2}} = 55,5 \text{ mm}^2.$$

Durchmesser aus Flächenpressung:

$$\text{aus } p = \frac{F/2}{b_1 d} \leq p_{\text{zul}} \text{ folgt } d \geq \frac{F/2}{b_1 p_{\text{zul}}} = \frac{30 \cdot 10^3 \text{ N}}{12 \text{ mm} \cdot 65 \text{ N/mm}^2} = 38,5 \text{ mm}.$$

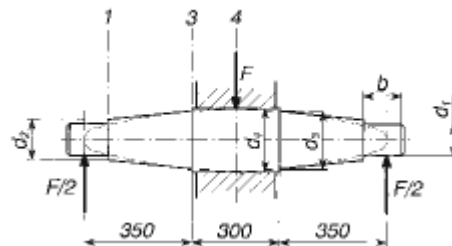
Hier ist der größere Wert aus der Biegebeanspruchung maßgebend.

21. Osovina užnice

[Haberhauer, 2011, s. 282-283]

2. Beispiel: Die Durchmesser einer umlaufenden Achse für eine Seilrolle nach dem Schema von Abb. 4.4 sind so festzulegen, daß eine möglichst gleichmäßige Beanspruchung vorliegt.

Abb. 4.4. Beispiel umlaufende Achse

**Zadano**

Gegeben: $F = 200 \text{ kN}$; $l = 1000 \text{ mm}$; Werkstoff für die Achse E295 mit $\sigma_{bW} = 245 \text{ N/mm}^2$ (Tabelle 4.1 b).

Rješenje

Der Zapfendurchmesser d_1 wird überschlägig ermittelt aus $p_{\text{zul}} = 8 \text{ N/mm}^2$ (Tabelle 2.21) und $b/d_1 = 1$:

$$\begin{aligned} \text{aus } p = \frac{F/2}{b d_1} = \frac{F/2}{d_1^2} \leq p_{\text{zul}} \text{ folgt } d_1 &= \sqrt{\frac{F/2}{p_{\text{zul}}}} = \sqrt{\frac{100 \cdot 10^3 \text{ N}}{8 \text{ N/mm}^2}} = \\ &= \sqrt{\frac{100 \cdot 10^3 \text{ N}}{8 \text{ N/mm}^2}} = 112 \text{ mm}. \end{aligned}$$

Gewählt wird $d_1 = 110 \text{ mm}$ und $b = 120 \text{ mm}$.

1.8.2 Vratila

22. Vratilo

[Haberhauer, 2011, s. 286]

Beispiel: Gegeben: $P = 20 \text{ kW} = 20 \cdot 10^6 \text{ Nmm/s}$; $n = 1500 \text{ min}^{-1}$ oder $\omega = 157 \text{ s}^{-1}$; Werkstoff E 295 mit $\tau_{t \text{ Sch}} = 170 \text{ N/mm}^2$.

Rješenje

Das zu übertragende Drehmoment ist

$$T = \frac{P}{\omega} = \frac{20 \cdot 10^6 \text{ Nmm/s}}{157 \text{ s}^{-1}} = 127 \cdot 10^3 \text{ Nmm}.$$

Für die zulässige Torsionsspannung gilt:

$$\tau_{t \text{ zul}} = \frac{\tau_{t \text{ Sch}}}{10} = \frac{170}{10} = 17 \text{ N/mm}^2.$$

Nach Gl. (4.3) wird

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{16}{\pi} \frac{T}{\tau_{t \text{ zul}}}} = \sqrt[3]{\frac{16}{\pi} \frac{127 \cdot 10^3 \text{ Nmm}}{17 \text{ N/mm}^2}} = \underline{\underline{33,6 \text{ mm}}}.$$

23. Međuvratilo zupčanog prijenosnika

[Haberhauer, 2011, s. 287]

Beispiel: Für die Zwischenwelle eines Zahnradgetriebes mit geradverzahnten Stirnrädern kann aus den Zahnkräften und einem geschätzten Achsabstand ein maximales Biegemoment $M_{b \text{ max}} = 360 \text{ Nm}$ ermittelt werden. Gleichzeitig wirkt an dieser Stelle auch das Drehmoment $T = P/2 \pi n = 250 \text{ Nm}$. Nach

Rješenje

tig wirkt an dieser Stelle auch das Drehmoment $T = P/2 \pi n = 250 \text{ Nm}$. Nach Gl. (4.7) ist das Vergleichsmoment:

$$M_V = \sqrt{M_b^2 + \frac{1}{2} T^2} = \sqrt{(360 \cdot 10^3)^2 + \frac{1}{2} (250 \cdot 10^3)^2} = 400 \cdot 10^3 \text{ Nmm}.$$

Für den Werkstoff 20MnCr5 liefert Tabelle 4.1 b den Wert $\sigma_{bW} = 470 \text{ N/mm}^2$. Die zulässige Vergleichsspannung ist daher:

$$\sigma_{V \text{ zul}} = \frac{\sigma_{bW}}{4} = \frac{470}{4} = 117,5 \text{ N/mm}^2.$$

Damit gilt für den Wellendurchmesser nach Gl. (4.8):

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{32}{\pi} \frac{M_V}{\sigma_{V \text{ zul}}}} = \sqrt[3]{\frac{32}{\pi} \frac{400 \cdot 10^3 \text{ Nmm}}{117,5 \text{ N/mm}^2}} = \underline{\underline{32,6 \text{ mm}}}.$$

24. Stupanj sigurnosti – dinamička čvrstoća međuvratila zupčanog prijenosnika

[Haberhauer, 2011, s. 292-293]

Beispiel: Für die Zwischenwelle nach Abb. 6.39c soll die Sicherheit gegen Dauerbruch berechnet werden. Das Biegemoment wirkt wechselnd, das Torsionsmoment statisch. Wie aus dem Biegemomentverlauf des Beispiels in Kap. 6.1.3 ersichtlich, ist der gefährdete Querschnitt an der Stelle des maximalen Biegemoments ($M_{b\max} = 409 \text{ Nm}$), da an dieser Stelle gleichzeitig das Drehmoment $T_{Zw} = 246 \text{ Nm}$ wirkt und infolge der Verzahnung eine Kerbwirkung auftritt ($\beta_k = \beta_\sigma = \beta_\tau = 1,8$). Als Werkstoff wird 16 MnCr 5 mit $R_e = 630 \text{ N/mm}^2$, $\sigma_{b,W} = 385 \text{ N/mm}^2$ und $\tau_{t,Sch} = 365 \text{ N/mm}^2$ verwendet. Die Rauhtiefe ist mit $R_z = 6,3 \text{ }\mu\text{m}$ angegeben.

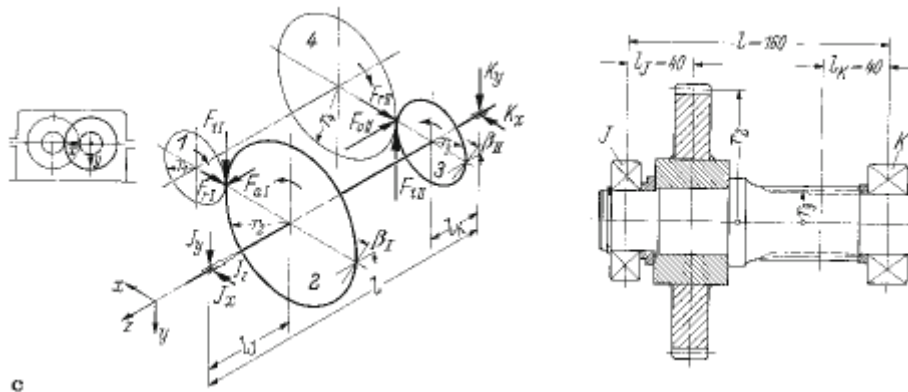


Abb. 6.39. Zahnkräfte und Lagerreaktionen bei schrägverzahnenden Stirnrädern

Rješenje

1. **Belastungsgrößen ermitteln:** Siehe Aufgabenstellung.

2. **Wirksame Spannungen berechnen:** Mit einem Fußkreisdurchmesser von $d_f = 36,4 \text{ mm}$ und einem Anwendungsfaktor von $K_A = 1$ wird:

$$\sigma_{b,m} = 0; \quad \sigma_{b,a} = \sigma_{b\max} = \frac{M_{b\max}}{W_b} = \frac{409 \cdot 10^3 \text{ Nmm} \cdot 32}{\pi \cdot 36,4^3} = \underline{86,4 \text{ N/mm}^2}$$

$$\tau_{t,a} = 0 \quad \tau_{t,m} = \tau_{t\max} = \frac{T_{Zw}}{W_t} = \frac{246 \cdot 10^3 \text{ Nmm} \cdot 16}{\pi \cdot 36,4^3} = \underline{30 \text{ N/mm}^2}$$

3. **Gestaltfestigkeit.** Mit dem technologischen Größeneinfluß

$$K_1(d_{\text{eff}}) = 1 - 0,41 \cdot \lg\left(\frac{d_{\text{eff}}}{11}\right) = 1 - 0,41 \cdot \lg\left(\frac{36,4}{11}\right) = 0,787,$$

dem geometrischen Größeneinfluß

$$K_2(d) = 1 - 0,2 \cdot \frac{\lg(d/7,5)}{\lg 20} = 1 - 0,2 \cdot \frac{\lg(36,4/7,5)}{\lg 20} = 0,895$$

und dem Einfluß der Oberfläche

$$K_{FG} = 1 - 0,22 \cdot \lg(R_z) \cdot \left(\lg \frac{K_1(d_{\text{eff}}) \cdot R_m}{20} - 1 \right) =$$

$$K_{FG} = 1 - 0,22 \cdot \lg(6,3) \cdot \left(\lg \frac{0,787 \cdot 900}{20} - 1 \right) = 0,9$$

wird der Gesamteinfluß

$$K_{\sigma} = \left(\frac{\beta_{\sigma}}{K_2(d)} + \frac{1}{K_{F\sigma}} - 1 \right) \cdot \frac{1}{K_V} = \left(\frac{1,8}{0,895} + \frac{1}{0,9} - 1 \right) \cdot 1 = 2,12$$

und die Gestaltfestigkeit

$$\sigma_{b,WK} = \frac{\sigma_{b,W} \cdot K_1(d_{eff})}{K_{\sigma}} = \frac{385 \cdot 0,787}{2,12} = \underline{143 \text{ N/mm}^2}$$

4. Ertragbare Spannungen (Amplituden). Für den Fall 1 ($\sigma_m = konst.$) wird die Vergleichsspannung $\sigma_{mv} = \sqrt{(\sigma_{zd,m} + \sigma_{b,m})^2 + 3 \cdot \tau_{t,m}^2} = \sqrt{0 + 3 \cdot 30^2} = 52 \text{ N/mm}^2$.

Mit dem Einflußfaktor der Mittelspannungsempfindlichkeit

$$\psi_{b,\sigma K} = \frac{\sigma_{b,WK}}{2 \cdot K_1(d_{eff}) \cdot R_m - \sigma_{b,WK}} = \frac{143}{2 \cdot 0,787 \cdot 900 - 143} = 0,112$$

wird die ertragbare Spannungsamplitude

$$\sigma_{b,ADK} = \sigma_{b,WK} - \psi_{b,\sigma K} \cdot \sigma_{mv} = 143 - 0,112 \cdot 52 = \underline{137 \text{ N/mm}^2}$$

5. Bauteilfließgrenze. Mit einem Erhöhungsfaktor $\gamma_F = 1,05$ für Biegung und $\gamma_F = 1,0$ für Torsion und einer statischen Stützwirkung für Werkstoffe mit harter Randschicht $K_{2F} = 1,1$ (für Biegung und Torsion gleich groß) lassen sich die Fließgrenzen berechnen:

$$\text{Biegung: } \sigma_{b,FK} = K_1(d_{eff}) \cdot K_{2F} \cdot \gamma_F \cdot R_e = 0,878 \cdot 1,1 \cdot 1,05 \cdot 630 = \underline{573 \text{ N/mm}^2}$$

$$\text{Torsion: } \tau_{t,FK} = K_1(d_{eff}) \cdot K_{2F} \cdot \gamma_F \cdot R_e / \sqrt{3} = 0,878 \cdot 1,1 \cdot 1,0 \cdot 630 / \sqrt{3} = \underline{315 \text{ N/mm}^2}$$

6. Festigkeitsnachweis. Da die Torsion statisch wirkt, wird für die rechnerische Sicherheit S_D gegen Dauerbruch nur die Biegung berücksichtigt:

$$\frac{1}{S_D} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_{zd,a}}{\sigma_{zd,ADK}} + \frac{\sigma_{b,a}}{\sigma_{b,ADK}} \right)^2 + \left(\frac{\tau_{t,a}}{\tau_{t,ADK}} \right)^2} = \sqrt{\left(0 + \frac{86,4}{137} \right)^2 + 0}$$

$$\text{oder } S_D = \frac{\sigma_{b,ADK}}{\sigma_{b,a}} = \frac{137}{86,4} = \underline{1,6}$$

Sicherheit gegen Fließen:

$$\frac{1}{S_F} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_{zd,max}}{\sigma_{zd,KF}} + \frac{\sigma_{b,max}}{\sigma_{b,FK}} \right)^2 + \left(\frac{\tau_{t,max}}{\tau_{t,FK}} \right)^2} = \sqrt{\left(0 + \frac{86,4}{573} \right)^2 + \left(\frac{30}{315} \right)^2} = 0,17833$$

$$\text{oder } S_F = \underline{5,6}$$

25. Pogonsko vratilo elevatora s kablíćima – 1. dio

[Böge, 2011, s. 684-685]

Der Durchmesser der Antriebswelle eines Becherwerks, (Bild 10), ist zu berechnen.

Antriebsleistung $P = 6,6 \text{ kW}$

Drehzahl $n = 80 \text{ min}^{-1}$

Gurtscheibendurchmesser $D_s = 800 \text{ mm}$

Lagerabstand $l_a = 580 \text{ mm}$

Zugkraft im aufsteigenden Trum $F_1 = 12\,000 \text{ N}$

Zugkraft im absteigenden Trum $F_2 = 10\,000 \text{ N}$

Welle aus E295

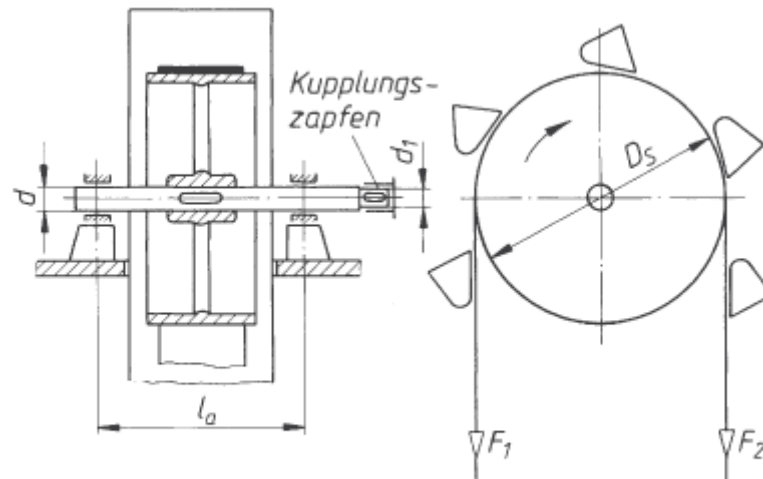


Bild 10. Antriebswelle eines Becherwerks

Rješenje

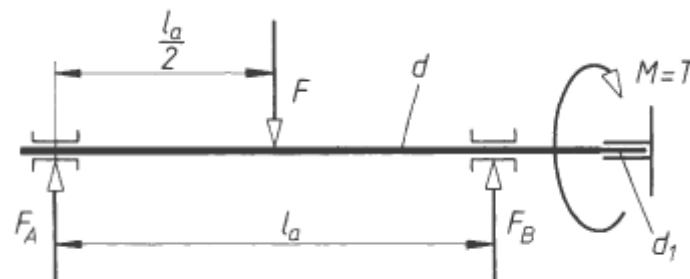


Bild 11. Kräfte an der Antriebswelle

Die Welle wird schwelend auf Verdrehung und wechselnd auf Biegung beansprucht. Drehmoment und Biegemoment können bestimmt werden, Berechnung daher mit Vergleichsmoment nach (7):

$$M_v = \sqrt{M_b^2 + 0,75(\alpha_0 M_t)^2}$$

Maximales Biegemoment tritt in der Mitte der Gurtscheibe auf.

Scheibenkraft $F = F_1 + F_2 = 12\,000\text{ N} + 10\,000\text{ N} = 22\,000\text{ N}$

Lagerkräfte $F_A = F_B = F/2 = 11\,000\text{ N}$ (Bild 11)

Hiermit ist $M_b = F_A l_d/2 = 11\,000\text{ N} \cdot 290\text{ mm} = 319 \cdot 10^4\text{ Nmm}$

Drehmoment $M = 9,55 \cdot 10^6\text{ P/n} = 78,8 \cdot 10^4\text{ Nmm} =$ Torsionsmoment M_t

Anstrengungsverhältnis $\alpha_0 = 0,7$ für M_b wechselnd und M_t schwelend.

Damit wird

$$\begin{aligned} M_v &= \sqrt{(319 \cdot 10^4\text{ Nmm})^2 + 0,75(0,7 \cdot 78,8 \cdot 10^4\text{ Nmm})^2} = \\ &= 323,5 \cdot 10^4\text{ Nmm} \end{aligned}$$

Hiermit der Wellendurchmesser nach Gleichung (8):

$$d = 3 \sqrt[3]{\frac{M_v}{0,1 \sigma_{b\text{ zul}}}}$$

Zulässige Biegespannung bei dynamischer Belastung und bekannter Kerbwirkung:

$$\sigma_{b\text{ zul}} = \frac{\sigma_G}{v} = \frac{\sigma_{bw}}{\beta_k v} b_1 b_2$$

Für E295 nach Dauerfestigkeitschaubild: $\sigma_{bw} = 260\text{ N/mm}^2$; Sicherheit $v = 1,5$ gewählt; Oberflächenbeiwert für gezogene (entspricht etwa geschliffene) Oberfläche: $b_1 = 0,9$; Größenbeiwert für geschätzten Durchmesser = 80 mm: $b_2 = 0,75$; Kerbwirkungszahl für Passfedemut: $\beta_k = 1,7$; damit wird

$$\sigma_{b\text{ zul}} = \frac{260 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}{1,7 \cdot 1,5} \cdot 0,9 \cdot 0,75 \approx 68 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \text{ und hiermit}$$

$$d = 3 \sqrt[3]{\frac{323,5 \cdot 10^4\text{ Nmm}}{0,1 \cdot 68 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}} = 3 \sqrt[3]{476,4 \cdot 10^3\text{ mm}^3} \approx 78\text{ mm}$$

Unter Berücksichtigung der Nuttiefe wird nach Gleichung (5) gewählt: $d = 90\text{ mm}$. Hierfür beträgt die Nuttiefe nach Tabelle 4:

$$t_1 = 9\text{ mm.}$$

Der „Kemdurchmesser“ wird damit:

$$d - t_1 = 90\text{ mm} - 9\text{ mm} = 81\text{ mm} > 78\text{ mm}$$

(rechnerischer Durchmesser)

26. Pogonsko vratilo elevators s kablčićima – 2. dio

[Böge, 2011, s. 690-691]

Für das Beispiel der Berechnung der Antriebswelle eines Becherwerkes auf (Bild 10 in 10.7.2) sollen die Sicherheiten gegen Überschreiten der Dauerfestigkeit und der Fließgrenze ermittelt werden.

Wellenwerkstoff E295 mit $R_m = 490 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ und $R_e = 295 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

nicht vergütet; errechneter Wellendurchmesser $d_{\text{eff}} = d = 90 \text{ mm}$
(keine Wärmebehandlung vorgesehen) Nuttiefe $t_1 = 9 \text{ mm}$

Oberflächenrauheit $R_z = 6,3 \mu\text{m}$

Beanspruchungsarten Biegung und Torsion

Ermittlung der Sicherheit gegen Überschreiten der Dauerfestigkeit

Rješenje

1. Schritt – Berechnung des Größeneinflussfaktors K_1 nach Gleichung (15):

$$\begin{aligned} K_1 &= 1 - 0,23 \cdot \lg \left(\frac{d_{\text{eff}}}{100 \text{ mm}} \right) = \\ &= 1 - 0,23 \cdot \lg \left(\frac{90 \text{ mm}}{100 \text{ mm}} \right) = 1,011 = 1 \end{aligned}$$

2. Schritt – Berechnung des geometrischen Einflussfaktors K_2 nach Gleichung (19):

$$\begin{aligned} K_2 &= 1 - 0,2 \cdot \frac{\lg \left(\frac{d}{7,5 \text{ mm}} \right)}{\lg 20} = 1 - 0,2 \cdot \frac{\lg \left(\frac{90 \text{ mm}}{7,5 \text{ mm}} \right)}{\lg 20} = \\ &= 0,834 \end{aligned}$$

3. Schritt – Ermittlung des Einflussfaktors der Oberflächenverfestigung K_V :

Da die Antriebswelle des Becherwerkes nicht oberflächenbehandelt wird, entfällt K_V ($K_V = 1$ gesetzt).

4. Schritt – Ermittlung des Einflussfaktors der Oberflächenrauheit K_F nach Gleichung (20) und (21):

$$K_{F\sigma} = 1 - 0,22 \cdot \lg\left(\frac{R_z}{\mu\text{m}}\right) \cdot \left[\lg\left(\frac{R_m}{20 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}\right) - 1 \right] =$$

$$= 1 - 0,22 \cdot \left(\frac{6,3 \mu\text{m}}{\mu\text{m}}\right) \cdot \left[\lg\left(\frac{490 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}{20 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}\right) - 1 \right] = 0,93$$

$$K_{F\tau} = 0,575 \cdot K_{F\sigma} + 0,425 = 0,575 \cdot 0,93 + 0,425 = 0,96$$

5. Schritt – Ermittlung des Einflussfaktors Kerbwirkung β für Welle-Nabe-Verbindungen nach den Gleichungen (22) und (23):

$$\beta_\sigma = 3,0 \left(\frac{R_m}{1000 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}\right)^{0,38} \approx 3,0 \cdot \left(\frac{490 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}{1000 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}\right)^{0,38} = 2,3$$

$$\beta_\tau = 0,56 \cdot 2,3 + 0,1 = 1,4$$

6. Schritt – Ermittlung des Gesamteinflussfaktors $K_{\sigma,\tau}$ nach den Gleichungen (24) und (25):

$$K_\sigma = \left(\frac{\beta_\sigma}{K_2} + \frac{1}{K_{F\sigma}} - 1\right) \cdot \frac{1}{K_V} = \left(\frac{2,3}{0,834} + \frac{1}{0,93} - 1\right) \cdot \frac{1}{1} = 2,83$$

$$K_\tau = \left(\frac{\beta_\tau}{K_2} + \frac{1}{K_{F\tau}} - 1\right) \cdot \frac{1}{K_V} = \left(\frac{1,4}{0,834} + \frac{1}{0,86} - 1\right) \cdot \frac{1}{1} = 1,72$$

7. Schritt – Berechnung der Bauteil-Wechselfestigkeit σ_{bWK} und τ_{tWK} nach den Gleichungen (27) und (28):

$$\sigma_{bWK} = \frac{0,5 \cdot R_m \cdot K_1}{K_\sigma} = \frac{0,5 \cdot 490 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot 1}{2,83} = 86,6 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$\tau_{tWK} = \frac{0,3 \cdot R_m \cdot K_1}{K_\tau} = \frac{0,3 \cdot 490 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot 1}{1,72} = 85,5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

8. Schritt – Berechnung des Faktors der Mittelspannungsempfindlichkeit $\psi_{b,1K}$ den Gleichungen (30) und (31):

$$\psi_{bK} = \frac{\sigma_{bWK}}{2 \cdot K_1 \cdot R_m - \sigma_{bWK}} = \frac{86,6 \frac{N}{mm^2}}{2 \cdot 1 \cdot 490 \frac{N}{mm^2} - 86,6 \frac{N}{mm^2}} = 0,1$$

$$\psi_{tK} = \frac{\tau_{tWK}}{2 \cdot K_1 \cdot R_m - \tau_{tWK}} = \frac{85,5 \frac{N}{mm^2}}{2 \cdot 1 \cdot 490 \frac{N}{mm^2} - 85,5 \frac{N}{mm^2}} = 0,1$$

9. Schritt – Berechnung der Vergleichsmittelspannungen σ_{mv} und τ_{mv} nach den Gleichungen (32) und (33):

$$\begin{aligned} \sigma_{mv} &= \frac{(K_1 \cdot K_{2F} \cdot \gamma_F \cdot R_e) - \sigma_{z,d,b,WK}}{1 - \psi_{z,d,b,WK}} = \\ &= \frac{\left(1 \cdot 1,2 \cdot 1,1 \cdot 295,5 \frac{N}{mm^2}\right) - 86,6 \frac{N}{mm^2}}{1 - 0,1} = 336 \frac{N}{mm^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tau_{mv} &= \frac{\frac{(K_1 \cdot K_{2F} \cdot \gamma_F \cdot R_e)}{\sqrt{3}} - \tau_{tWK}}{1 - \psi_{tWK}} = \\ &= \frac{\left(1 \cdot 1,2 \cdot 1,1 \cdot 295,5 \frac{N}{mm^2}\right) - 85,5 \frac{N}{mm^2}}{1 - 0,1} = 132 \frac{N}{mm^2} \end{aligned}$$

10. Schritt – Berechnung der tatsächlich wirkenden Biege- und Torsionsspannungen σ_{vorth} und τ_{vorth} :

$$\sigma_{vorth} = \frac{M_b}{W} = \frac{319 \cdot 10^4 \text{ Nmm}}{0,1 \cdot 90^3 \text{ mm}^3} = 43,8 \frac{N}{mm^2}$$

$$\tau_{vorth} = \frac{M_t}{W_p} = \frac{78,8 \cdot 10^4 \text{ Nmm}}{0,2 \cdot 90^3 \text{ mm}^3} = 5,4 \frac{N}{mm^2}$$

11. Schritt – Berechnung der vorhandenen Sicherheit S nach Gleichung (12):

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\sigma_b}{\sigma_{bADK}}\right)^2 + \left(\frac{\tau_t}{\tau_{tADK}}\right)^2}} = \\ &= \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{43,8 \frac{N}{mm^2}}{53 \frac{N}{mm^2}}\right)^2 + \left(\frac{5,4 \frac{N}{mm^2}}{72,3}\right)^2}} = 1,21 \end{aligned}$$

$$S = 1,21 > S_{\min} = 1,2$$

Ermittlung der Sicherheit gegen Überschreiten der Bauteil-Fließgrenze $S_{\min} = 3$ (Vereinbarung)

1. Schritt – Berechnung der Bauteil-Fließgrenze für Biege- und Torsionsbeanspruchung σ_{bFK} und τ_{tFK} nach den Gleichungen (40) und (41):

$$\begin{aligned}\sigma_{bFK} &= K_1 \cdot K_{2F} \cdot \gamma_F \cdot R_e = 1 \cdot 1,2 \cdot 1,1 \cdot 295 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = \\ &= 389,4 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\tau_{tFK} &= \frac{(K_1 \cdot K_{2F} \cdot \gamma_F \cdot R_e)}{\sqrt{3}} = 1 \cdot 1,2 \cdot 1 \cdot 295 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = \\ &= 204,4 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}\end{aligned}$$

2. Schritt – Berechnung der vorhandenen Sicherheit S nach Gleichung (37):

$$S = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{43,8 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}{389,4 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}\right)^2 + \left(\frac{5,4 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}{204,4 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}\right)^2}} = 8,65$$

$$S = 8,65 > S_{\min} = 3$$

27. Dosjed spoja s vratilom

[Böge, 2011, s. 698]

Liegt ein Toleranzfeld für die Bohrung fest zum Beispiel H7, findet man das Toleranzfeld für eine Welle folgendermaßen:

Das errechnete Übermaß wird gleich dem Kleinstübermaß U_k gesetzt und die Toleranz der Bohrung T_B addiert. Damit hat man das vorläufige untere Abmaß ei der Welle:

$$ei = U_k + T_B$$

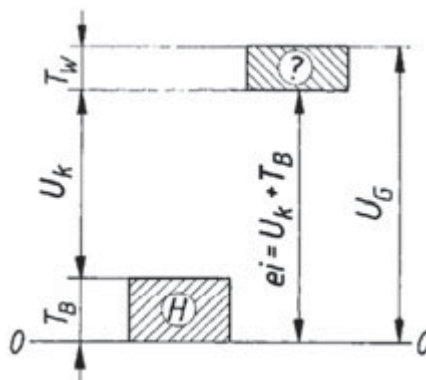
$$U_k = U$$

Mit diesem Wert geht man in der Tabelle 4, Kap. 2 in die Zeile für den vorliegenden Nennmaßbereich und wählt dort für die vorher festgelegte Qualität ein Toleranzfeld für die Welle, bei dem das angegebene untere Abmaß dem errechneten am nächsten kommt

Zadano

Nennmaßbereich	35 mm
Toleranzfeld für die Bohrung	H7
Qualität für die Welle	6

Rješenje



Toleranz der Bohrung	$T_B = 25 \mu\text{m}$
errechnetes Übermaß	$U = 60 \mu\text{m} = U_k$
unteres Abmaß der Welle:	$ei = U_k + T_B = 60 \mu\text{m} + 25 \mu\text{m}$ $= 85 \mu\text{m}$

Toleranzfeld der Welle:	$\times 6$ mit $ei = 80 \mu\text{m}$ und $es = 96 \mu\text{m}$
-------------------------	---

Damit können die Mindest- und Höchstübermaß U_k und U_g berechnet werden:

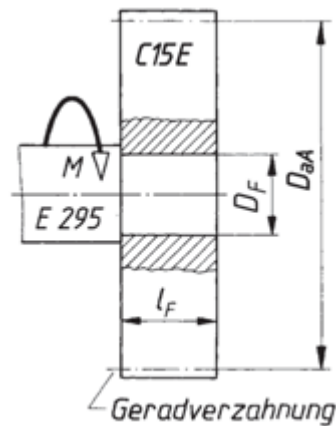
$$U_k = Ei - es = 25 \mu\text{m} - 80 \mu\text{m} = -55 \mu\text{m}$$

$$U_g = ES - ei = 0 - 96 \mu\text{m} = -96 \mu\text{m}$$

28. Cilindrični stezni spoj zupčanika s vratilom

[Böge, 2011, s. 698-699]

In einem Getriebe sollen Vollwelle und Zahnrad als Längspressverband gefügt werden. Der Konstrukteur soll dazu die erforderliche Presspassung festlegen. Es ist schwellige Belastung zu erwarten. Die Rechnungen werden nach Kapitel 11.2.2 durchgeführt.



Zadano

Wellendrehmoment	$M = 2000 \text{ Nm}$
Fugendurchmesser	$D_F = 63 \text{ mm}$
Fugenlänge	$l_F = 50 \text{ mm}$
Außendurchmesser des Außenteils	$D_{aA} = 160 \text{ mm}$
Wellenwerkstoff: E 295	
Zahnradwerkstoff: Einsatzstahl C15E	
Fügeflächen mit den gemittelten Rautiefen	
$R_{ziA} = R_{zaI} = 6 \mu\text{m}$	

Rješenje

1. Erforderlicher Fugendruck p

$$p = \frac{2M}{\pi D_F^2 l_F \nu} \leq p_{zul}$$

$$M = 2000 \text{ Nm} = 2 \cdot 10^3 \text{ Nm}$$

$$M = 2 \cdot 10^6 \text{ Nmm}$$

$$D_F = 63 \text{ mm}$$

$$l_F = 50 \text{ mm}$$

$$\nu \text{ Stahl / Stahl} = 0,08$$

angenommen nach 11.2.2.1 für geschmierte Oberflächen

$$p_{zul, E 295} = \frac{R_{e(E 295)}}{1,5} = \frac{300 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}{1,5} = 200 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$p = \frac{2 \cdot 2 \cdot 10^6 \text{ Nmm}}{\pi \cdot 63^2 \text{ mm}^2 \cdot 50 \text{ mm} \cdot 0,08} = 80,2 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$p = 80,2 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} < p_{zul, E 295} = 200 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

2. Durchmesserverhältnis Q_A

$$Q_A = \frac{D_F}{D_{sA}} = \frac{63 \text{ mm}}{160 \text{ mm}} = 0,394 \approx 0,4$$

3. Wirksames Übermaß U_W (nach Gleichung (4))

$$U_W = \frac{2p D_F}{E(1-Q_A^2)} = \frac{2 \cdot 80,2 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot 63 \text{ mm}}{21 \cdot 10^4 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} (1 - 0,394^2)}$$

$$U_W = 0,057 \text{ mm} = 57 \mu\text{m}$$

4. Übermaß U

Das erforderliche Übermaß U setzt sich zusammen aus dem wirksamen Übermaß U_W und der Glättung G :

$$U = U_W + G$$

$$U = 57 \mu\text{m} + 10 \mu\text{m} = 67 \mu\text{m}$$

$$G = 0,8 (R_{ziA} + R_{zal}) = 0,8 (6 \mu\text{m} + 6 \mu\text{m})$$

$$G = 9,6 \mu\text{m} = 10 \mu\text{m}$$

Mit dem berechneten Übermaß $U = 67 \mu\text{m}$ kann der Pressverband das Drehmoment $M = 2000 \text{ Nm}$ übertragen.

Nach den Erläuterungen in Kapitel 11.2.2.9 wird aus Tabelle 4 die Presspassung H7/×6 gewählt:

$$\begin{aligned} EI &= 0 & ei &= 122 \mu\text{m} \\ ES &= 30 \mu\text{m} & es &= 141 \mu\text{m} \end{aligned}$$

Damit ergeben sich:

Mindestpassung

$$P_u = EI - es = 0 - 141 \mu\text{m} = -141 \mu\text{m}$$

Höchstpassung

$$P_o = ES - ei = 30 \mu\text{m} - 122 \mu\text{m} = -92 \mu\text{m}$$

Die Höchstpassung $P_o = 92 \mu\text{m}$ liegt um ca. 37 % über dem errechneten Übermaß $U = 67 \mu\text{m}$. Folglich kann bei Vorliegen der Höchstpassung der Pressverband das Drehmoment $M = 2750 \text{ Nm}$ übertragen, immer vorausgesetzt, alle Annahmen waren richtig.

6. Spannungsnachweise (siehe 11.2.2.6. Spannungsbild)

Den hier verwendeten Formänderungsgleichungen (2) und (4) liegt das Hooke'sche Gesetz $\sigma = \varepsilon E$ zugrunde. Sie gelten also nur im sogenannten elastischen Bereich. Daher darf die größte vorhandene Normalspannung σ_{vorh} die Proportionalitätsgrenze nicht überschreiten. Praktisch kann als Grenzspannung die Streckgrenze R_e oder die 0,2-Dehngrenze $R_{p0,2}$ (bei Werkstoffen ohne ausgeprägte Streckgrenze, z.B. bei Vergütungsstählen) herangezogen werden. Für die Werkstoffe E 295 für die Welle und C 15 E für die Nabe (Zahnrad) zeigen die Dauerfestigkeitsdiagramme gleiche Werte an:

$$R_{e(E 295)} = 300 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$R_{e(C 15 E)} = 300 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Ausgangsgrößen für die Berechnung der vorhandenen Spannungen sind das größte wirksame Übermaß U_{gw} und die sich dabei einstellende größte Fugenpressung p_g .

6.1. Größtes wirksames Übermaß U_{gw}

$$\begin{aligned} U_{\text{gw}} &= U - G = 141 \mu\text{m} - 10 \mu\text{m} = \\ &= 131 \mu\text{m} = 0,131 \text{ mm} \end{aligned}$$

6.2. Größter Fugendruck p_g

$$p_g = \frac{U_{gw} E(1 - Q_A^2)}{2 D_F}$$

$$p_g = \frac{0,131 \text{ mm} \cdot 210\,000 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot (1 - 0,394^2)}{2 \cdot 63 \text{ mm}}$$

$$p_g = 184 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} < p_{zul} = 200 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$U_{gw} = 0,131 \text{ mm}$$

$$E = 210\,000 \text{ N/mm}^2$$

$$Q_A = 0,394$$

$$D_F = 63 \text{ mm}$$

6.3. Tangentialspannungen σ_t und Radialspannungen σ_r

$$\sigma_{tAi} = p_g \frac{1 + Q_A^2}{1 - Q_A^2} = 184 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot \frac{1 + 0,394^2}{1 - 0,394^2} = 252 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$\sigma_{tAa} = p_g \frac{2Q_A^2}{1 - Q_A^2} = 184 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot \frac{2 \cdot 0,394^2}{1 - 0,394^2} = 68 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Kontrollrechnung:

$$\sigma_{tAi} - \sigma_{tAa} = p_g$$

(siehe Spannungsbild)

$$(252 - 68) \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 184 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$\sigma_{tli} = p_g \frac{2}{1 - Q_1^2} = p_g \frac{2}{1 - 0} = 2p_g = 2 \cdot 184 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} =$$

$$= 368 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} > R_{c(1)} = 300 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$\sigma_{tAa} = p_g \frac{1 + Q_1^2}{1 - Q_1^2} = p_g \frac{1 + 0}{1 - 0} = p_g = 184 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$\sigma_{rAi} = p_g = 184 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$\sigma_{rAa} = 0$$

$$\sigma_{rli} = 0$$

$$\sigma_{rIa} = p_g = 184 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

6.4. Mittlere tangentielle Zugspannung σ_{zmA}

$$\sigma_{zmA} = \frac{p_g D_F}{D_{aA} - D_F} = \frac{184 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot 63 \text{ mm}}{160 \text{ mm} - 63 \text{ mm}}$$

$$\sigma_{zmA} = 120 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

6.5. Mittlere tangentielle Druckspannung σ_{dml}

$$\sigma_{dml} = p_g = 184 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

7. Spannungsvergleiche und festigkeitstechnische Anmerkungen

a) Die größten Tangentialspannungen treten an den Innenseiten der Fügeile auf:

tangentiale Zugspannung

$$\sigma_{lAi} = 252 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} > \sigma_{lAa} = 68 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

tangentiale Druckspannung

$$\sigma_{li} = 368 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} > \sigma_{da} = 184 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} .$$

b) Die Spannung σ_{li} ist größer als die Streckgrenze $R_e = 300 \text{ N/mm}^2$ für die Werkstoffe von Welle und Nabe. Die Werkstoffteilchen in den entsprechenden Ringzonen der Fügeile verformen sich also nicht mehr nach dem Hooke'schen Gesetz elastisch sondern plastisch.

c) Die hier errechneten Spannungen treten bei Größtübermaß auf. In diesem Fall sind Überschreitungen der Streckgrenze zulässig, solange der Werkstoff in diesen Ringzonen nicht geschädigt wird. Das ist hier nicht der Fall, dann es ist

$$\sigma_{li} < R_m = 500 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

8. Größte Einpresskraft F_e

$$F_e = p_g = \pi D_F l_F v_e$$

$$F_e = 184 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot \pi \cdot 63 \text{ mm} \cdot 50 \text{ mm} \cdot 0,06$$

$$F_e = 109\,252 \text{ N} = 109 \text{ kN}$$

$$p_g = 184 \text{ N/mm}^2$$

$$D_F = 63 \text{ mm}$$

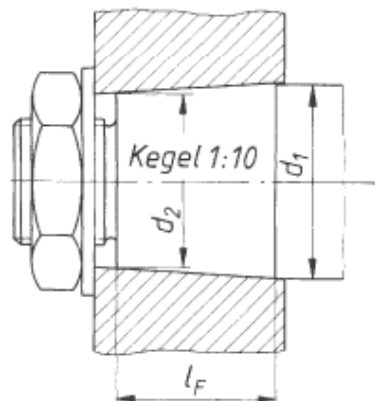
$$l_F = 50 \text{ mm}$$

$$v_e = 0,06 \text{ (nach 11.2.2.1 für Stahl / Stahl, geschmied)}$$

29. Stožasti stezni spoj zupčanika s vratilom

[Böge, 2011, s. 702]

Die skizzierte Kegolverbindung eines Zahnrads mit dem Wellenende einer Getriebewelle ist zu berechnen. Es ist schwellige Belastung anzunehmen.



Zadano

Wellendrehmoment	$M = 2\,000 \text{ Nm}$
Wellendurchmesser	$d_1 = 63 \text{ mm}$
Fugenlänge	$l_F = 50 \text{ mm}$
Wellenwerkstoff	C45E
Zahnradwerkstoff	C25E
Kegelverhältnis	$C = 1 : 10$

Rješenje

1. Wellendurchmesser d_2

$$d_2 = d_1 - C l_F = 63 \text{ mm} - \frac{1}{10} \cdot 50 \text{ mm}$$

$$d_2 = 58 \text{ mm}$$

2. Mittlerer Kegeldurchmesser d_m

$$d_m = \frac{d_1 + d_2}{2} = \frac{63 \text{ mm} + 58 \text{ mm}}{2} = 60,5 \text{ mm}$$

3. Einstellwinkel $\frac{\alpha}{2}$

$$\frac{\alpha}{2} = \arctan \frac{C}{2} = \arctan \frac{1}{10 \cdot 2} = 2,862405226^\circ = 2^\circ 51' 45''$$

4. Einpresskraft F_e

$$F_e = \frac{2 M}{d_m v_e} \cdot \sin\left(\frac{\alpha}{2} + \varrho_e\right)$$

Für den Rutschbeiwert v_e wird nach 2.2.1 festgelegt: $v_e = 0,1$

Damit wird der Reibwinkel ϱ_e ermittelt:

$$\varrho_e = \arctan v_e = \arctan 0,1 = 5,7^\circ$$

$$F_e = \frac{2 \cdot 2000 \cdot 10^3 \text{ Nmm}}{60,5 \text{ mm} \cdot 0,1} \cdot \sin(22,9^\circ + 5,7^\circ)$$

$$F_e = 98\,866 \text{ N} = 98,9 \text{ kN}$$

(Ausgangsgröße zur Berechnung des Anziehdrehmoments M_A für die Mutter)

5. Fugendruck p

$$p = \frac{2 M \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)}{\pi v_e d_m^2 l_F}$$

$$p = \frac{2 \cdot 2000 \cdot 10^3 \text{ Nmm} \cdot \cos 2,9^\circ}{\pi \cdot 0,1 \cdot 60,5^2 \text{ mm}^2 \cdot 50 \text{ mm}} = 69 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

6. Pressungsvergleich

Der Werkstoff mit der niedrigeren Streckgrenze R_e oder 0,2-Dehngrenze $R_{p0,2}$ ist hier der Zahnradwerkstoff C25E mit $R_e = 320 \text{ N/mm}^2$ (siehe Tabelle 27 in Abschnitt E, Kap. 3.4.3.8). Die zulässige Flächenpressung wird nach 11.2.2.1 für schwelende Belastung angenommen:

$$p_{\text{zul, C25E}} = \frac{R_{e, \text{C25E}}}{1,5} = \frac{320 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}{1,5} = 213 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} ; \text{ folglich ist}$$

$$p = 69,5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} < p_{\text{zul}} = 213 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

30. Proračun vratila na uvijanje

[Haberhauer, 2011, s. 295]

Beispiel: Eine Welle aus E 295 soll ein Drehmoment $T = 16 \text{ Nm}$ übertragen, wobei $\bar{\varphi}_{\text{zul}} = 0,005$ oder $\varphi_{\text{zul}} = 0,286^\circ$ pro m Länge vorgeschrieben ist. Der erforderliche Wellendurchmesser berechnet sich nach Gl. (4.11):

Rješenje

$$d \geq \sqrt[4]{\frac{32 T l}{\pi G \bar{\varphi}_{\text{zul}}}} = \sqrt[4]{\frac{32 \cdot 16 \cdot 10^3 \text{ Nmm} \cdot 10^3 \text{ mm}}{\pi \cdot 81 \cdot 10^3 \text{ N/mm}^2 \cdot 0,005}} = \underline{25,1 \text{ mm}}.$$

Nach der überschlägigen Berechnung auf Tragfähigkeit wäre für E 295 mit $\tau_{\text{tzul}} = \tau_{\text{tSch}}/10 = 170/10 = 17 \text{ N/mm}^2$ ein wesentlich geringerer Wellendurchmesser ausreichend:

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{16 T}{\pi \tau_{\text{tzul}}}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 16 \cdot 10^3 \text{ Nmm}}{\pi \cdot 17 \text{ N/mm}^2}} = \underline{16,8 \text{ mm}}.$$

31. Proračun vratila na savijanje

[Haberhauer, 2011, s. 303]

Beispiel: Auf einer glatten (masselos gedachten) Welle vom Durchmesser $d = 40 \text{ mm}$ bei $l = 600 \text{ mm}$ Lagerabstand sitzt in der Mitte eine Einzelmasse mit $m = 29,6 \text{ kg}$ (Scheibe von 400 mm Durchmesser und 30 mm Breite). $E = 2,05 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2$.

Rješenje

Mit

$$I_b = \frac{\pi d^4}{64} = \frac{\pi (40 \text{ mm})^4}{64} = 12,57 \cdot 10^4 \text{ mm}^4$$

wird nach Tabelle 4.4

$$R_b = \frac{48 E I_b}{l^3} = \frac{48 \cdot 2,05 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2 \cdot 12,57 \cdot 10^4 \text{ mm}^4}{600^3 \text{ mm}^3} = 5730 \text{ N/mm},$$

$$\omega_k = \sqrt{\frac{R_b}{m}} = \sqrt{\frac{5730 \text{ N/mm}}{29,6 \cdot 10^{-3} \text{ N s}^2/\text{mm}}} = 440 \text{ s}^{-1},$$

$$n_k = \frac{60}{2\pi} \omega_k = 4200 \text{ min}^{-1}.$$

32. Proračun vratila na kritični broj okretaja

[Haberhauer, 2011, s. 304]

Beispiel: Gesucht wird die kritische Drehzahl (Eigenfrequenz ersten Grades) einer glatten Welle aus Stahl mit $d = 40 \text{ mm}$ und $l = 600 \text{ mm}$. Für Stahl gilt: $E = 2,05 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2$ und $\rho = 7,85 \text{ kg/dm}^3 = 7,85 \cdot 10^{-9} \text{ N s}^2/\text{mm}^4$.

Rješenje

Nach Gl. (4.18) wird

$$\omega_{k1} = \frac{d}{l^2} \frac{\pi^2}{4} \sqrt{\frac{E}{\rho}} = \frac{40 \text{ mm}}{600^2 \text{ mm}^2} \frac{\pi^2}{4} \sqrt{\frac{2,05 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2}{7,85 \cdot 10^{-9} \text{ N s}^2/\text{mm}^4}} = 1400 \text{ s}^{-1},$$

$$n_{k1} = \frac{60}{2\pi} \omega_{k1} = \underline{13400 \text{ min}^{-1}}.$$

1.8.3 Kočnice

33. Bubanj kočnica

[Böge, 2011, s. 805]

Für eine Förderanlage wird eine Trommelbremse nach DIN 15 434 mit außenliegenden Bremsbacken mit elektrohydraulischer Bremsbelüftung (Eldrogerät) für ein Bremsmoment von 4000 Nm benötigt. Reibwert $\mu = 0,3$. Technische Daten nach Bild 1.

Odrediti

1. Welcher Bremsscheibendurchmesser wird benötigt?
2. Welche Bremskraft muss die im Bremslüftgerät eingebaute Bremsfeder mindestens haben?

Rješenje

Nach der Leistungstabelle Bild 1 muss zur Übertragung eines Bremsmomentes von 4000 Nm ein Bremsscheibendurchmesser von 630 mm gewählt werden. Dann gilt mit den Bildern 1 und 2 für die Bremsfederkraft F_2 :

$$l_1 = h_2 = 354 \text{ mm}$$

$$l_2 = h_2 + h_3 = 354 + 425 = 779 \text{ mm}$$

$$l_3 = h_4 = 69 \text{ mm}$$

$$l_4 = e_4 = 348 \text{ mm}$$

$$F_2 \geq \frac{4000}{0,630} \cdot \frac{1}{0,3} \cdot \frac{0,354}{0,779} \cdot \frac{0,069}{0,348} = 1906 \text{ N} = 2000 \text{ N}$$

Die Bremsfeder muss also für eine Zugkraft von mindestens 2 000 N ausgelegt sein.

Die Lösekraft des Eldrogerätes muss ca. 20 % über der max. Bremsfederkraft liegen.

1.9 Mehanički prijenosnici

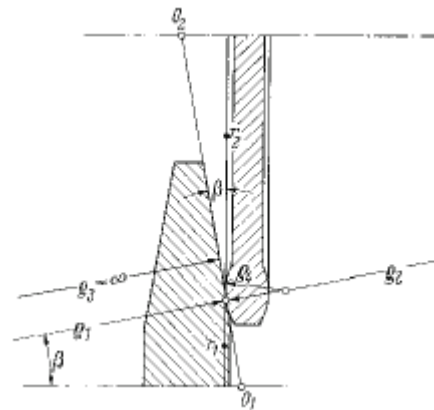
1.9.1 Tarenički prijenosnici

34. Proračun tareničkog prijenosnika – 1

[Haberhauer, 2011, s. 580]

Für die augenblickliche Berührungsstelle einer Kegelscheibe mit einer Ringwulstscheibe nach Abb. 6.88 (nicht maßstäblich) sind die zulässige Normalkraft und die übertragbare Umfangskraft zu berechnen.

Abb. 6.88. Kegelscheibe mit Ringwulstscheibe
(Beispiel)



Zadano

Gegeben: $r_1 = 15$ mm (Kleinstwert des Verstellbereichs), $\beta = 2^\circ$; $r_2 = 45$ mm.
 $g_4 = 6$ mm; Werkstoffe: gehärteter Stahl mit $p_{zul} = 1500$ N/mm²; $\mu = 0,04$ (Öl-
 schmierung) und $S_R = 1,5$.

Rješenje

$$\varrho_1 = \frac{r_1}{\sin\beta} = \frac{15 \text{ mm}}{0,035} = 429 \text{ mm}; \quad \frac{1}{\varrho_1} = 0,00233 \text{ mm}^{-1}$$

$$\varrho_2 = \frac{r_2}{\sin\beta} = \frac{45 \text{ mm}}{0,035} = 1285 \text{ mm}; \quad \frac{1}{\varrho_2} = 0,00078 \text{ mm}^{-1}$$

$$\frac{1}{\varrho_1} + \frac{1}{\varrho_2} = 0,00311 \text{ mm}^{-1}$$

$$\varrho_3 = \infty; \quad \frac{1}{\varrho_3} = 0 \text{ mm};$$

$$\varrho_4 = 6 \text{ mm}; \quad \frac{1}{\varrho_4} = 0,16667 \text{ mm}^{-1}$$

$$\frac{1}{\varrho_3} + \frac{1}{\varrho_4} = 0,16667 \text{ mm}^{-1}$$

$$\left(\frac{1}{\varrho_1} + \frac{1}{\varrho_2}\right) - \left(\frac{1}{\varrho_3} + \frac{1}{\varrho_4}\right) = 0,16356 \text{ mm}^{-1};$$

$$\left(\frac{1}{\varrho_1} + \frac{1}{\varrho_2}\right) + \left(\frac{1}{\varrho_3} + \frac{1}{\varrho_4}\right) = 0,16978 \text{ mm}^{-1}.$$

$$\text{Hilfswert } \cos \vartheta = \frac{0,16356}{0,16978} = 0,964, \text{ also } \xi = 4,70; \quad \eta = 0,369; \quad \xi\eta = 1,74.$$

Nach Gl. (6.113) wird

$$p = \frac{0,245}{\xi\eta} \sqrt[3]{E^2 F_N \left(\frac{1}{\varrho_1} + \frac{1}{\varrho_2} + \frac{1}{\varrho_3} + \frac{1}{\varrho_4}\right)^2}$$

$$= \frac{0,245}{1,74} \sqrt[3]{210^2 \cdot 10^6 \frac{\text{N}^2}{\text{mm}^4} F_N \frac{0,16978^2}{\text{mm}^2}},$$

$$p = 153 \sqrt[3]{F_N}$$

aus $p \leq p_{zul}$ folgt

$$\underline{F_{N \text{ zul}}} \leq \frac{p_{zul}^3}{153^3} \text{ N} = \frac{1500^3}{153^3} \text{ N} = \underline{\underline{942 \text{ N}}}.$$

Nach Gl. (6.114) ergibt sich

$$\underline{F_t} = \frac{\mu F_{N \text{ zul}}}{S_R} = \frac{0,04 \cdot 942 \text{ N}}{1,5} = 25,1 \text{ N}.$$

Eine Vergrößerung des Krümmungsradius ϱ_4 von 6 mm auf 10 mm liefert $F_{N \text{ zul}} = 1880 \text{ N}$ und somit $F_t = 50 \text{ N}$, also doppelt so große Werte!

35. Proračun tareničkog prijenosnika – 2

[Haberhauer, 2011, s. 582÷583]

Welche Leistung kann mit *einem* Gummireibring Form A mit den Abmessungen $d_1 = 125 \text{ mm}$, $B = 22,5 \text{ mm}$ bei $n_1 = 1500 \text{ min}^{-1}$ ($\omega_1 = 157/\text{s}$), $\mu = 0,7$, $S_R = 1,5$ übertragen werden?

Rješenje

Mit $v = r_1 \omega_1 = 0,0625 \text{ m} \cdot 157/\text{s} = 10 \text{ m/s}$ ergibt sich aus Abb. 6.90

$$\frac{F_{N\text{zul}}}{d_1 B} = 0,09 \text{ N/mm}^2, \text{ also } F_{N\text{zul}} = 0,09 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot 125 \text{ mm} \cdot 22,5 \text{ mm} = 253 \text{ N.}$$

Nach Gl. (6.114) wird

$$F_t = \frac{\mu F_{N\text{zul}}}{S_R} = 0,7 \cdot \frac{235 \text{ N}}{1,5} = 118 \text{ N} \quad T_1 = F_t r_1 = 118 \text{ N} \cdot 0,0625 \text{ m} = 7,38 \text{ Nm}$$

und

$$P = T_1 \omega_1 = 7,38 \text{ Nm} \cdot 157/\text{s} = 1160 \text{ Nm/s} = 1,16 \text{ kW.}$$

1.9.2 Remeni prijenosnici

36. Proračun klinastog remenog prijenosnika

[Haberhauer, 2011, s. 609, 612]

Zadano

Gegeben: Antriebsmaschine: Drehstrommotor mit normalem Anlaufmoment $P = 45 \text{ kW} = 45000 \text{ Nm/s}$, $n_1 = 1450 \text{ min}^{-1}$ (d.h. $\omega_1 = 152/\text{s}$). Arbeitsmaschine: Pumpe mit $n_2 = 580 \text{ min}^{-1}$; tägliche Betriebsdauer 8 Std., d.h. nach Tabelle 6.16 $c_2 = 1,1$.

Rješenje

Mit $i = n_1/n_2 = 1450/580 = 2,5$ wird $d_{\text{wg}} = i d_{\text{wk}} = 2,5 \cdot 250 = 630 \text{ mm}$ (nach DIN 2211).

Achsabstand: vorläufig $e = 0,8 (d_{\text{wg}} + d_{\text{wk}}) = 0,8 \cdot 880 = 700 \text{ mm}$.

Nach Gl. (6.138 a)

$$\begin{aligned} L_w &= 2e + \frac{\pi}{2} (d_{\text{wg}} + d_{\text{wk}}) + \frac{(d_{\text{wg}} - d_{\text{wk}})^2}{4e} \\ &= 1400 + 1,571 \cdot 880 + \frac{380^2}{2800} = 2832 \text{ mm.} \end{aligned}$$

Gewählt nach DIN 7753: $L_w = \underline{2800 \text{ mm}}$.

Nach Gl. (6.139) wird

$$p = 0,25 L_w - 0,393 (d_{\text{wg}} + d_{\text{wk}}) = 700 - 0,393 \cdot 880 = 354 \text{ mm}; \quad p^2 = 125200 \text{ mm}^2,$$

$$q = 0,125 (d_{\text{wg}} - d_{\text{wk}})^2 = 0,125 \cdot 380^2 = 18080 \text{ mm}^2,$$

$$e = p + \sqrt{p^2 - q} = 354 + \sqrt{107120} = 681 \text{ mm.}$$

Verstellbarkeit des Achsenabstandes

$$x \geq 0,03 L_w = 0,03 \cdot 2800 = 84 \text{ mm}$$

$$y \geq 0,015 L_w = 42 \text{ mm.}$$

Aus Gl. (6.137) folgt

$$\sin \alpha = \frac{d_{\text{wg}} - d_{\text{wk}}}{2e} = \frac{380}{1362} = 0,279; \quad \alpha = 16,0^\circ; \quad \beta = 147,6^\circ.$$

Aus Tabelle 6.17 ergibt sich der Winkelfaktor $c_1 = 0,91$ aus Tabelle 6.18 der Längenfaktor $c_3 = 1,02$, aus Tabelle 6.19 (für $d_{\text{wk}} = 250 \text{ mm}$, $i = 2,5$ und $n_k = 1450 \text{ U/min}^{-1}$) $P_N = 11,2 \text{ kW}$.

Nach Gl. (6.140) wird dann

$$z = \frac{P c_2}{P_N c_1 c_3} = \frac{45 \text{ kW} \cdot 1,1}{11,2 \text{ kW} \cdot 0,91 \cdot 1,02} = 4,76,$$

also $z = 5$; Scheibenbreite $b_2 = 80 \text{ mm}$ (nach DIN 2211).

Aus

$$T_1 = \frac{P}{\omega_1} = \frac{45000 \text{ Nm/s}}{152/\text{s}} = 296 \text{ Nm}$$

folgt

$$F_U = \frac{T_1}{d_{\text{wk}}/2} = \frac{296 \text{ Nm}}{0,125 \text{ m}} = 2370 \text{ N},$$

d.h.

$$F_w = 2 F_U \dots 2,5 F_U = 4740 \dots 5930 \text{ N}.$$

Nach Gl. (6.129) wird

$$f_B = \frac{v z}{L_w} = \frac{19 \text{ m/s} \cdot 2}{2,8 \text{ m}} = 13,6 \text{ s}^{-1}.$$

1.9.3 Vijčani prijenosnici

37. Vijčani prijenosnik ručne preše

[Böge, 2011, s. 654]

Die Spindel der Handspindelpresse (Bild 14) ist zu berechnen und die Länge der Führungsmutter festzulegen. Maximale Druckkraft $F = 120\,000 \text{ N}$, Spindel­länge $l = 1\,250 \text{ mm}$. Werkstoff: E295 für die Spindel, CuZn-Legierung für die Führungsmutter.

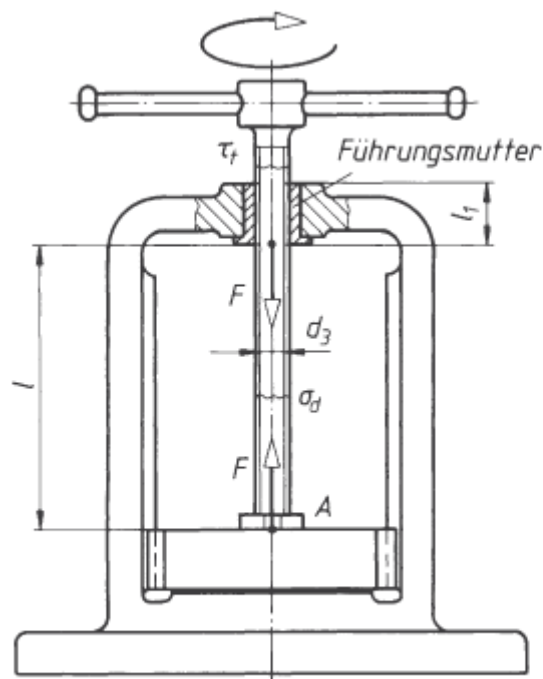


Bild 14. Handspindelpresse

Rješenje

Die Spindel soll ein nicht-selbsthemmendes, mehrgängiges metrisches ISO-Trapezgewinde erhalten. Die Vorwahl des Gewinde-Kerndurchmessers der auf Druck und damit auch auf Knickung beanspruchten Spindel erfolgt nach Gleichung (55):

$$d_{3\text{erf}} = \sqrt[4]{\frac{64 \nu F l_K^2}{E \pi^3}}$$

Mit Sicherheit $\nu = 9$, Knicklänge $l_K = 0,75 l = 0,75 \cdot 1250 \text{ mm} = 937,5 \text{ mm}$, $E = 21 \cdot 10^4 \text{ N/mm}^2$ wird

$$d_{3\text{erf}} = \sqrt[4]{\frac{64 \cdot 9 \cdot 120000 \text{ N} \cdot 937,5^2 \text{ mm}^2}{21 \cdot 10^4 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot \pi^3}}$$

$$d_{3\text{erf}} = 55 \text{ mm}$$

Nach Tabelle 8 hat der nächstliegende Kerndurchmesser $d_3 = 54 \text{ mm}$, bei einem Gewindedurchmesser $d = 65 \text{ mm}$, die Bezeichnung: Tr 65 \times 30 P10 bei dreigängigem Gewinde, Kernquerschnitt $A_3 = 2290 \text{ mm}^2$.

Der Spannungsnachweis wird mit Gleichung (56) geführt:

$$\sigma_{\text{red}} = \sqrt{\sigma_d^2 + 3 \tau_t^2} \leq \sigma_{\text{zul}}$$

$$\sigma_d = \frac{F}{A_3} = \frac{120000 \text{ N}}{2290 \text{ mm}^2} \approx 52,4 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

ist die vorhandene Druckspannung,

$\tau_t = \frac{M_{RG}}{W_p}$ ist die auftretende Torsionsspannung.

Das Gewindereibmoment nach Gleichung (45) errechnet sich mit $d_2 = 60 \text{ mm}$, $\alpha = 3 \cdot 3,04^\circ = 9,12^\circ$ (bei drei Gängen) und $\varrho' = 6^\circ$ nach Tabelle 4 zu:

$M_{RG} = Fr_2 \tan(\alpha + \varrho') = 120\,000 \text{ N} \cdot 30 \text{ mm} \cdot \tan 15,12^\circ = 972\,703 \text{ Nmm}$ und das polare Widerstandsmoment zu

$W_p = 0,2 d_3^3 = 0,2 \cdot 54^3 \text{ mm}^3 = 31\,493 \text{ mm}^3$; damit ist

$$\tau_t = \frac{972\,703 \text{ Nmm}}{31\,493 \text{ mm}^2} \approx 31 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$\sigma_{\text{red}} = \sqrt{52,4^2 \left(\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right)^2 + 3 \cdot 31^2 \left(\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right)^2}$$

$$\sigma_{\text{red}} = 75 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Bei überwiegend ruhender Belastung wird

$$\sigma_{\text{zul}} = \frac{R_e}{1,5} = \frac{300 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}{1,5} = 200 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} > \sigma_{\text{red}}$$

Die Nachprüfung auf Knicksicherheit beginnt mit der Berechnung des Schlankheitsgrades der Spindel nach Gleichung (58).

Danach ist

$$\lambda = \frac{4 l_K}{d_3} = \frac{4 \cdot 937,5 \text{ mm}}{54 \text{ mm}} \approx 69$$

Für E295 beträgt der Grenzschlankheitsgrad $\lambda_0 = 89$. Da $\lambda < \lambda_0$, handelt es sich um unelastische Knickung; die Knickspannung ist nach Tetmajer (Gleichung (60)) zu ermitteln. Damit wird

$$\sigma_K = 335 - 0,62 \lambda$$

$$\sigma_K = (335 - 0,62 \cdot 69) \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 292 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

und nach Gleichung (59) die vorhandene Knicksicherheit

$$v = \frac{\sigma_K}{\sigma_{\text{red}}} = \frac{292 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}{75 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} = 3,89$$

Nach Gleichung (59) soll die Knicksicherheit im unelastischen Bereich $v = 4 \dots 2$ betragen. Diese Forderung ist erfüllt und damit können die vorgewählten Spindelaten als endgültig angesehen werden.

Die Berechnung der Länge l_1 der Führungsmutter erfolgt nach Gleichung (61)

$$l_1 = \frac{F P}{P_{\text{zul}} d_2 \pi H_1}$$

Für eine CuZn-Legierung beträgt die zulässige Flächenpressung bei Bewegungsschrauben nach Tabelle 3: $P_{\text{zul}} = 10 \text{ N/mm}^2$, Flankendurchmesser $d_2 = 60 \text{ mm}$, Tragtiefe $H_1 = 5 \text{ mm}$. Damit wird

$$l_1 = \frac{120\,000 \text{ N} \cdot 10 \text{ mm}}{10 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot 60 \text{ mm} \cdot \pi \cdot 5 \text{ mm}} = 127 \text{ mm}$$

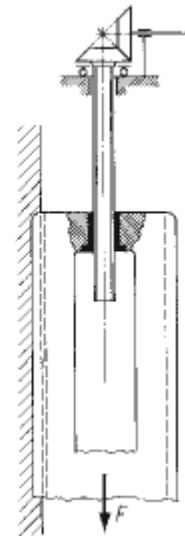
gewählt: $l_1 = 130 \text{ mm}$.

38. Vijčani prijenosnik

[Haberhauer, 2011, s. 215÷216]

Beispiel: Bewegungsschraube (Vergleich von ein- und zweigängigem Trapezgewinde). Mit der Anordnung nach Abb. 2.114 soll die Last $F = 1000 \text{ N}$ mit der konstanten Hubgeschwindigkeit $v_H = 2,4 \text{ m/min}$ gehoben werden. Es wird a) ein eingängiges Trapezgewinde Tr 20 × 4 und b) ein zweigängiges Trapezgewinde Tr 20 × 8 P4 vorgesehen. Die Reibung in Führung und Wälzlager sei vernachlässigbar.

Abb. 2.114. Beispiel Bewegungsschraube

**Traži se**

- Gesucht sind mit $\mu = 0,1$ ($\varrho' = 6^\circ$) jeweils im Fall a) und b)
1. das erforderliche Gewindemoment M_G ,
 2. der Wirkungsgrad η ,
 3. die Spindeldrehzahl n und
 4. die erforderliche Antriebsleistung P_{an} .

Rješenje

Fall a)

$$d_2 = 18 \text{ mm}; P = 4 \text{ mm}$$

$$\tan \varphi = \frac{P}{\pi d_2} = \frac{4}{\pi \cdot 18} = 0,0707$$

$$\varphi = 4,05^\circ < \varrho'$$

selbsthemmend!

$$M_G = F \cdot d_2 / 2 \cdot \tan(\varphi + \varrho') = 10\,000 \text{ N} \cdot 0,009 \text{ m} \cdot \tan 10,05^\circ = 15,95 \text{ Nm}$$

$$\eta = \frac{\tan \varphi}{\tan(\varphi + \varrho')} = \frac{\tan 4,05^\circ}{\tan 10,05^\circ} = 0,40$$

$$n = \frac{v_H}{P} = \frac{2400 \text{ mm/min}}{4 \text{ mm}} = 600 \text{ min}^{-1}$$

$$P_{an} = \frac{P_{Nutz}}{\eta} = \frac{F v_H}{\eta} = \frac{10\,000 \text{ N} \cdot 0,04 \text{ m/s}}{0,40} = 1000 \text{ W}$$

Fall b)

$$P_h = 8 \text{ mm}$$

$$\tan \varphi = 0,1414$$

$$\varphi = 8,05^\circ > \varrho'$$

nicht selbsthemmend!

$$M_G = 22,5 \text{ Nm}$$

$$\eta = 0,566$$

$$n = 300 \text{ min}^{-1}$$

$$P_{an} = 707 \text{ W}$$

1.10 Zupčanici

39. Zupčani par – valjkasti zupčanici s kosim zubima

[Böge, 2011, s. 767÷768]

Für den Spindeltrieb einer Fräsmaschine ist das Schrägstirnradpaar als Eingangsstufe zu berechnen. Antriebsleistung $P = 4 \text{ kW}$, Antriebsdrehzahl $n = 700 \text{ min}^{-1}$. Das Ritzel sitzt auf der Motorwelle mit $d_f = 38 \text{ mm}$ Durchmesser. Übersetzung $i = 4,8$.

Rješenje

Zunächst werden Hauptabmessungen vorgewählt. Durchmesser d_1 der Welle des Ritzels ist gegeben. Nach 14.6.7.1 unter a) wird der Ritzel-Teilkreisdurchmesser nach (30):

$$d_1 \geq \frac{1,8 d_f z_1}{z_1 - 2,5}$$

Nach 1.4.5.4.1 unter a) wird Ritzelzähnezahl $z_1 = 20$ gewählt bei

$$v = \frac{d_1 \pi n_1}{60} \approx \frac{2 d_f \pi n}{60} \approx 2 \cdot 0,038 \cdot \pi \cdot \frac{700}{60} \approx 2,8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

hiermit und mit $d_f = 38 \text{ mm}$ wird

$$d_1 \geq \frac{1,8 \cdot 38 \text{ mm} \cdot 20}{20 - 2,5} \geq 78 \text{ mm} \approx 80 \text{ mm}$$

Der Stirnmodul ergibt sich aus (39):

$m_t = d_1/z_1 = 80 \text{ mm}/20 = 4 \text{ mm}$. Ritzelbreite gleich Zahnbreite $b_1 = \psi_d d_1$; Breitenverhältnis nach Bild 15: $\psi_d = 0,9$ für Kurve b und $u = i = 4,8$; damit $b_1 = 0,9 \cdot 80 \text{ mm} = 70 \text{ mm}$.

Mit Breitenverhältnis $\psi_m = 15$ (geschnittene Zähne, Ritzel fliegend) wird $b_1 = \psi_m m_t = 15 \cdot 4 \text{ mm} = 60 \text{ mm}$; gewählt wird $b_1 = 65 \text{ mm}$ als mittlerer Wert.

Ein günstiger Schrägungswinkel β ergibt sich aus (48):

$$\beta = \arctan 3,5 \frac{m_t}{b_1} \approx 3,5 \frac{4 \text{ mm}}{65 \text{ mm}} = 12,155^\circ$$

gewählt $\beta = 12^\circ$

Hiermit wird der Normalmodul

$m_n = m_t \cos \beta = 4 \text{ mm} \cos 12^\circ = 3,91 \text{ mm}$, gewählt nach DIN 780, Tabelle 1: $m_n = 4 \text{ mm}$. Damit werden nun die endgültigen Abmessungen der Räder festgelegt:

Tatsächlicher Stimmmodul

$$m_t = m_n / \cos \beta = 4 \text{ mm} / \cos 12^\circ = 4,09 \text{ mm}$$

Teilkreisdurchmesser nach (39) für Ritzel:

$$d_1 = m_t / z_1 = 4,09 \text{ mm} \cdot 20 = 81,8 \text{ mm}$$

für Rad mit

$$z_2 = i z_1 = 4,8 \cdot 20 = 96; d_2 = m_t / z_2 = 4,09 \cdot 96 = 392,64 \text{ mm}$$

Achsenabstand a_d nach (42):

$$a_d = (d_1 + d_2) / 2 = (81,8 \text{ mm} + 392,64 \text{ mm}) / 2 = 237,22 \text{ mm};$$

Breite des Ritzels $b_1 = 65 \text{ mm}$, Breite des Rades $b_2 = 60 \text{ mm}$.

Vorwahl der Werkstoffe. Nach Tabelle 6 werden vorläufig für das Ritzel Stahl E360, für das Rad Stahlguss GE260, gewählt.

Wahl der Verzahnungsqualität. Nach Bild 16a kommen für Werkzeugmaschinen Qualitäten bis 10 infrage; für Umfangsgeschwindigkeit

$$v = \frac{d_1 \pi n_1}{60} = 0,0818 \cdot \pi \cdot \frac{760 \text{ m}}{60 \text{ s}} \approx 3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

die Qualitäten 8 bis 10. Gewählt wird Qualität 8.

Nachprüfen der Zähne. Für die Zahnfußbeanspruchung gilt für das Ritzel nach (35):

$$\sigma_{F1} = \frac{F_{t1}}{b_1 m_n} Y_F Y_\epsilon \leq \sigma_{FP}$$

Umfangskraft $F_{t1} = 2 M_1 c_s / d_1$

Drehmoment des Ritzels

$$M_1 = 9550 P/n = 9550 \cdot 4/700 = 54,6 \cdot 10^3 \text{ Nmm};$$

Betriebsfaktor nach Bild 6:

$$c_s = 1,5 \text{ (Elektromotor – Vollast, stoßfrei – Zahnrad (Bruch) – 8 h)}$$

$$\text{damit } F_{t1} = 2 \cdot 54,6 \cdot 10^3 \text{ Nmm} \cdot 1,5/81,8 \text{ mm} = 2000 \text{ N}$$

Zahnbreite $b_1 = 65 \text{ mm}$. Normalmodul $m_n = 4 \text{ mm}$.

Zahnformfaktor nach Bild 18 für

$$z_{n1} = z_1 / \cos^3 \beta = 20 / \cos^3 12^\circ = 21,3 \text{ (nach Gleichung 44) und}$$

$x = 0$: $Y_F = 2,9$. Überdeckungsfaktor $Y_\epsilon = 1$ für Verzahnungsqualität 8. Damit wird

$$\sigma_{F1} = \frac{2000 \text{ N}}{65 \text{ mm} \cdot 4 \text{ mm}} \cdot 2,9 \cdot 1 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 22,3 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

mit dem $\sigma_{F \text{ lim}}$ -Wert der Tabelle 5 wird nach (35) für Stahl E360

$$\sigma_{F P1} = \frac{\sigma_{F \text{ lim}}}{\nu} = \frac{220 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}{2} \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 110 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Die Zahnfußbeanspruchung für das Ritzel ist weit ausreichend; es genügt zunächst ein schwächerer Stahl.

Für das Rad wird die Zahnfußbeanspruchung

$$\sigma_{F2} = \frac{F_{t2}}{b_2 m_n} Y_F Y_\epsilon$$

$$F_{t1} = F_{t2} = 2000 \text{ N}; b_2 = 60 \text{ mm}; m_n = 4 \text{ mm}$$

$$\text{für } z_{n2} = z_2 / \cos^3 \beta = 96 / \cos^3 12^\circ = 102 \text{ wird (nach Bild 18)}$$

$$Y_F = 2,2; Y_\epsilon = 1, \text{ damit}$$

$$\sigma_{F2} = \frac{2000 \text{ N}}{60 \text{ mm} \cdot 4 \text{ mm}} \cdot 2,2 \cdot 1 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 18,3 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

mit dem $\sigma_{F \text{ lim}}$ -Wert der Tabelle 5 wird nach (35) für Stahlguss GE260

$$\sigma_{F P2} = \frac{\sigma_{F \text{ lim}}}{\nu} = \frac{150 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}{2} = 75 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Für die Flankentragfähigkeit gilt nach (36):

$$\sigma_H = \sqrt{\frac{F_t}{b d_1} \cdot \frac{u+1}{u}} Z_E Z_\epsilon Z_H$$

$F_1 \triangleq F_{t1} = 2000 \text{ N}$ (w.o.); $b \triangleq b_2 = 60 \text{ mm}$ (kleinste Breite!)
 $d_1 = 81,8 \text{ mm}$; $u \triangleq i = 4,8$; Zonenfaktor Z_H mit $a_d = 237,22 \text{ mm}$,
 $\beta = 12^\circ$ und $\alpha_1 = 20,41^\circ$ nach (37): $Z_H = 2,45$; Elastizitätsfaktor für
 Stahl gegen Stahlguss nach Tabelle 7: $Z_E = 188,9$; Überdeckungs-
 faktor $Z_\epsilon = 1$ gewählt.

$$\sigma_H = \sqrt{\frac{2000 \text{ N}}{60 \text{ mm} \cdot 81,8 \text{ mm}} \cdot \frac{4,8+1}{4,8}} \cdot 2,45 \cdot 188,9 \cdot \sqrt{\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} = 324 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

mit dem $\sigma_{H \text{ lim}}$ -Wert der Tabelle 5 wird nach (36) für Stahl E360

$$\sigma_{HP1} = \frac{\sigma_{H \text{ lim}}}{\nu} = \frac{460 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}{1,5} = 307 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

und für Stahlguss GE 260

$$\sigma_{HP2} = \frac{340 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}{1,5} = 227 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Sowohl beim Ritzel als auch beim Rad ist die Flankentragfähigkeit $\sigma_H > \sigma_{HP}$, es muss in beiden Fällen ein Werkstoff mit einem größeren $\sigma_{H \text{ lim}}$ -Wert gewählt werden.

40. Puž s pužnim kolom

[Böge, 2011, s. 775]

Für Abtriebsleistung $P_2 = 11 \text{ kW}$ und Übersetzung $n_1/n_2 = 960/75$ ist ein Schneckengetriebe für eine Lebensdauer von $= 8000$ Stunden zu berechnen.

Rješenje

Zunächst Festlegung der *Zähnezahlen*.

Mit $i = n_1/n_2 = 960/75 = 12,8$ wird nach 14.8.2.1 für Schnecke

$z_1 = 3$ (3 gängig) gewählt. Zähnezahl des Schneckenrades

$z_2 = i z_1 = 12,8 \cdot 3 = 38,4$; festgelegt $z_2 = 38$.

Teilkreisdurchmesser des Schneckenrades nach (69):

$$d_2 = 240 \sqrt[3]{\frac{P_2 z_2}{k_s n_2}}$$

Leistung des Schneckenrades $P_2 = 11$ kW; Zähnezahl $z_2 = 38$;

Drehzahl $n_2 = 75$; Wälzfestigkeit $k_s = 5$ N/mm²; für vorgewählten

Schneckenwerkstoff E355 (Vergütungsstahl) und Radwerkstoff

CuSn12Ni2-C bei vorliegender mäßiger Belastung.

$$d_2 = 240 \sqrt[3]{\frac{11 \cdot 38}{5 \cdot 75}} \text{ mm} \approx 250 \text{ mm}$$

Hiermit wird *Stirnmodul* $m_s = d_2/z_2 = 250 \text{ mm}/38 = 6,6$ mm;

gewählt nach 14.8.6: $m_s = m_a = 6,3$ mm.

Mittelkreisdurchmesser der Schnecke nach 14.8.2.2 bei Ausführung als Schneckenwelle:

$d_{m1} = 1,4 d_{s1} + 2,5 m_a$; Wellendurchmesser überschlägig

$d_{s1} = 0,65 \sqrt[3]{M_1}$ nach 14.8.2.1 wird

$$M_1 = M_2/(i \eta_g); M_2 = 9550 \cdot 10^3 P/n = 9550 \cdot 10^3 \frac{11}{75} = 1400 \cdot 10^3$$

Nmm; für $z_1 = 3$ wird nach 14.8.4 geschätzt $\eta_g = 0,85$; damit

$M_1 = 1400 \cdot 10^3 \text{ Nmm}/12,8 \cdot 0,85 = 129 \cdot 10^3$ Nmm und

$d_{s1} = 0,65 \sqrt[3]{129 \cdot 10^3} = 35$ mm; hiermit

$d_{m1} = 1,4 \cdot 35 \text{ mm} + 2,5 \cdot 6,3 \text{ mm} = 64,8$ mm gewählt

$d_{m1} = 65$ mm.

Steigungswinkel gleich *Schrägungswinkel* aus (62):

$$\gamma_m = \arctan \frac{z_1 m_a}{d_{m1}} = \arctan 3 \cdot \frac{6,3 \text{ mm}}{65 \text{ mm}} = 16^\circ 13' = \beta_0$$

Schneckenlänge nach (63):

$$L = 2 m_s \sqrt{2 z_2 - 4} = 2 \cdot 6,3 \text{ mm} \cdot \sqrt{2 \cdot 38 - 4} =$$

$$= 107 \text{ mm} \approx 110 \text{ mm}$$

Teilkreisdurchmesser des Schneckenrades nach (64):

$$d_2 = m_s z_2 = 6,3 \text{ mm} \cdot 38 = 239,4 \text{ mm}$$

Radbreite gleich Zahnbreite $b = 0,8 d_{m1} = 0,8 \cdot 65 \text{ mm} = 52 \text{ mm}$,
ausgeführt $b = 50 \text{ mm}$.

Mit den vorgewählten Daten wird die Flanken-Tragfähigkeit nach
(70) geprüft:

$$k = \frac{2 M_2}{d_2^2 b_2 y_z} \leq k_{zul}$$

$M_2 = 1,4 \cdot 10^6 \text{ Nmm}$, $d_2 = 239,4 \text{ mm}$, $b_2 \triangleq b = 50 \text{ mm}$ (s.o.);
Zahnformfaktor $y_z = 0,4$ für $\gamma_m = 16^\circ$ nach Bild 30; damit wird

$$k = \frac{2 \cdot 1,4 \cdot 10^6}{239,4^2 \cdot 50 \cdot 0,4} \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \approx 2,5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Zulässige Wälzpressung nach (71);

$$k_{zul} = k_s y_v y_L / v.$$

Wälzfestigkeit $k_s = 5 \text{ N/mm}^2$ (s.o.)

Geschwindigkeitsfaktor $y_v = 0,42$ nach Bild 31 für

$$v_g = d_{m1} \pi n_1 / (60 \cos \gamma_m) = 0,065 \pi \cdot 960 / (60 \cdot 0,9602) = 3,4 \text{ m/s}$$

Lebensdauerfaktor $y_L = 1,15$ nach Bild 32 für $L_h = 800 \text{ h}$

Sicherheit $v = 1,25$ gewählt bei angenommenem gleichmäßigem
Lauf; damit wird

$$k_{zul} = 5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot 0,42 \cdot \frac{1,15}{1,25} \approx 2 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} < k = 2,5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Mit vorbestimmten Getriebedaten genügt die angenommene
Werkstoffpaarung nicht.

Für die Schnecke neu gewählt: Einsatzstahl C15E, gehärtet und
geschliffen; mit Schneckenrad aus Cu-Sn12Ni2-C wird dann
 $k_s = 8 \text{ N/mm}^2$ und damit

$$k_{zul} = 3,1 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} > k = 2,5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Achsenabstand $a = (d_{m1} + d_2)/2 = (65 \text{ mm} + 239,4)/2 = 152,2 \text{ mm}$.

41. Proračun čelnika s ravnim zubima

[Haberhauer, 2011, s. 479-481]

Gegeben sind $z_1 = 11$; $z_2 = 29$; $m = 6 \text{ mm}$; $a = 125 \text{ mm}$; $x_1 = 0,5 \text{ mm}$ und $c^* = 0,2$.
Gesucht werden α_w ; x_2 ; die Radien; ϵ_α und die Zahndicken des Ritzels.

Rješenje

$$a_d = \frac{m}{2} (z_1 + z_2) = 3 \text{ mm} \cdot 40 = 120 \text{ mm};$$

$$r_1 = \frac{m}{2} z_1 = 33 \text{ mm}; \quad r_2 = \frac{m}{2} z_2 = 87 \text{ mm}.$$

$$\text{Gl. (6.24 a)} \quad \cos \alpha_w = \frac{a_d}{a} \cos \alpha = \frac{120}{125} \cos 20^\circ = 0,902105,$$

$$\alpha_w = 25^\circ 33' 50'' = 25,564^\circ,$$

$$\text{inv } \alpha_w = 0,032172$$

$$\text{inv } \alpha = 0,014904$$

$$\text{inv } \alpha_w - \text{inv } \alpha = 0,017268$$

$$\text{Gl. (15 a)} \quad \underline{x_1 + x_2} = \frac{(z_1 + z_2) (\text{inv } \alpha_w - \text{inv } \alpha)}{2 \tan \alpha}$$

$$= \frac{40 \cdot 0,017268}{2 \cdot 0,3640} = \frac{0,34536}{0,3640} = \underline{\underline{0,9488}}.$$

Aufteilung: $x_1 = 0,5; x_2 = 0,4488$

$$\text{Gl. (6.25)} \quad r_{f1} = r_1 - (m + c) + m x_1 = 33 - 1,2 \cdot 6 + 6 \cdot 0,5 = 28,80 \text{ mm}$$

$$r_{f2} = r_2 - (m + c) + m x_2 = 87 - 1,2 \cdot 6 + 6 \cdot 0,4488 = 82,49 \text{ mm}$$

Erforderliche Kopfhöhenänderung nach Gl. (6.27):

$$k = a - a_d - m (x_1 + x_2) = 125 - 120 - 6 \cdot 0,9488 = -0,69 \text{ mm}$$

$$\text{Gl. (6.26)} \quad r_{a1} = r_1 + m + m x_1 + k = 33 + 6 + 6 \cdot 0,5 - 0,69 = 41,3 \text{ mm}$$

$$r_{a2} = r_2 + m + m x_2 + k = 87 + 6 + 6 \cdot 0,4488 - 0,69 = 95,0 \text{ mm}$$

$$\text{Gl. (6.10)} \quad r_{b1} = r_1 \cos \alpha = 33 \cos 20^\circ = 31,01 \text{ mm}$$

$$r_{b2} = r_2 \cos \alpha = 87 \cos 20^\circ = 81,75 \text{ mm}$$

$$(r_{b1} + r_{b2}) = 112,76 \text{ mm}$$

$$\text{Gl. (6.28)} \quad \varepsilon_a = \frac{\sqrt{r_{a1}^2 - r_{b1}^2} + \sqrt{r_{a2}^2 - r_{b2}^2} - a \cdot \sin \alpha_w}{\pi \cdot m \cdot \cos \alpha} = 1,227.$$

Zahndicke auf dem Kopfkreis:

$$\text{Gl. (6.18)} \quad \cos \alpha_{a1} = \frac{r_1}{r_{a1}} \cos \alpha = \frac{33}{41,31} \cos 20^\circ = 0,750662,$$

$$\alpha_{a1} = 41^\circ 21' 8'' = 41,3522^\circ,$$

$$\text{inv } \alpha_{a1} = 0,15840$$

$$\text{inv } \alpha = 0,01490$$

$$\text{inv } \alpha_{a1} - \text{inv } \alpha = 0,14350$$

$$\text{Gl. (6.17)} \quad 2x_1 \tan \alpha = 2 \cdot 0,5 \cdot 0,3640 = 0,3640$$

$$\frac{\pi}{2} = 1,5708$$

$$\frac{\pi}{2} + 2x_1 \tan \alpha = 1,9348$$

$$\frac{1}{z_1} \left(\frac{\pi}{2} + 2x_1 \tan \alpha \right) = \frac{1,9348}{11} = 0,1759$$

$$\text{inv } \alpha_{a1} - \text{inv } \alpha = 0,1435$$

$$[] = 0,0324$$

$$\underline{s_{a1}} = 2r_{a1} [] = 2 \cdot 41,31 \cdot 0,0324 = 2,677 \text{ mm}$$

$$(s_{a \text{ min}} = 0,2 \text{ m} = 1,2 \text{ mm}).$$

Zahndicke auf dem Grundkreis nach Gl. (6.17) mit $r_y = r_b$; $\alpha_y = 0$; $\text{inv } \alpha_y = 0$

$$\underline{s_{b1}} = 2r_{b1} \left[\frac{1}{z_1} \left(\frac{\pi}{2} + 2x_1 \tan \alpha \right) + \text{inv } \alpha \right]$$

$$= 2 \cdot 31,01 \cdot [0,1759 + 0,0149] = \underline{\underline{11,833 \text{ mm}}}.$$

42. Proračun preklapanja profila vanjskog ozubljenja

[Haberhauer, 2011, s. 485-486]

Wie groß ist die Profilüberdeckung einer Ritzel-Hohlrad-Paarung mit Modul $m = 1 \text{ mm}$ und $\alpha = 20^\circ$?

Rješenje

Verzahnungsdaten Ritzel/Hohlrad:

	z	x	r_b	r_a	a	α_w
Ritzel	15	0,186	7,05	8,7	-11,3	16,996°
Hohlrad	-38	0	-17,85	-18,2		

Profilüberdeckung der Ritzel-Hohlrad-Paarung:

$$\varepsilon_a = \frac{\sqrt{r_{a1}^2 - r_{b1}^2} - \sqrt{r_{a2}^2 - r_{b2}^2} - a \cdot \sin \alpha_w}{\pi m \cos \alpha}$$

$$\varepsilon_a = \frac{\sqrt{8,7^2 - 7,05^2} - \sqrt{18,2^2 - 17,85^2} - (-11,3) \sin 16,996^\circ}{\pi \cdot 1 \cdot \cos \alpha} = \underline{\underline{1,643}}$$

43. Proračun preklapanja profila ozubnice

[Haberhauer, 2011, s. 487]

Wie groß ist die Profilüberdeckung einer Ritzel-Zahnstange-Paarung mit Modul $m = 1 \text{ mm}$, Profilverschiebung $x_1 = 0,2$ und Eingriffswinkel $\alpha = 20^\circ$?

Rješenje

Verzahnungsdaten Ritzel/Zahnstange:

	z	x	r_b	r_a	a	$\alpha_w \approx \alpha$
Ritzel	15	0,2	7,05	8,7	-2492,3	20°
Hohlrad	-5000	0	-2349,232	-2499,0		

Profilüberdeckung der Ritzel-Zahnstange-Paarung:

$$\varepsilon_a = \frac{\sqrt{r_{a1}^2 - r_{b1}^2} - \sqrt{r_{a2}^2 - r_{b2}^2} - a \cdot \sin \alpha_w}{\pi m \cos \alpha}$$

$$\varepsilon_a = \frac{\sqrt{8,7^2 - 7,05^2} - \sqrt{2499^2 - 2349,232^2} - (-2492,3) \sin 20^\circ}{\pi \cdot 1 \cdot \cos \alpha} = \underline{\underline{1,653}}$$

44. Proračun čelnika s kosim zubima

[Haberhauer, 2011, s. 500-503]

Beispiel: Für die Zwischenwelle eines Zahnradgetriebes mit schrägverzahnten Stirnrädern nach Abb. 6.39 c sind die Zahn- und Lagerkräfte sowie die Biegemomente zu bestimmen. Gegeben: $K_A = 1$; $P = 8 \text{ kW} = 8000 \text{ Nm/s}$ und $n_1 = 1450 \text{ min}^{-1}$ ($\omega_1 = 152 \text{ s}^{-1}$), so daß $T_1 = K_A \cdot P/\omega_1 = 52,6 \text{ Nm}$ ist.

Rješenje

Stufe I

$$a = 100 \text{ mm}; \quad m_{nI} = 2 \text{ mm}; \quad \beta_1 = 30^\circ$$

$$i_1 = z_2/z_1 = 70/15 = 4,67$$

$$n_2 = n_3 = n_{Zw} = n_1/i_1 = 310 \text{ min}^{-1}$$

$$T_{Zw} = T_1 i_1 = 246 \text{ Nm}$$

$$r_1 = \frac{m_{nI} z_1}{2 \cdot \cos \beta_1} = \frac{2 \text{ mm} \cdot 15}{2 \cdot \cos 30^\circ} = 17,3 \text{ mm}$$

$$r_2 = \frac{m_{nI} z_2}{2 \cdot \cos \beta_1} = \frac{2 \text{ mm} \cdot 70}{2 \cdot \cos 30^\circ} = 80,8 \text{ mm}$$

$$\underline{\underline{F_{tI}}} = \frac{T_1}{r_1} = \frac{52600 \text{ Nmm}}{17,3 \text{ mm}} = \underline{\underline{3040 \text{ N}}}$$

$$\underline{\underline{F_{rI}}} = F_{tI} \frac{\tan \alpha_n}{\cos \beta_1} = \underline{\underline{1278 \text{ N}}}$$

$$\underline{\underline{F_{aI}}} = F_{tI} \tan \beta_1 = \underline{\underline{1755 \text{ N}}}$$

Stufe 2

$$a = 100 \text{ mm}; \quad m_{nII} = 3 \text{ mm}; \quad \beta_{II} = 15^\circ$$

$$i_{II} = z_4/z_3 = 50/13 = 3,84$$

$$n_4 = n_3/i_{II} = 81 \text{ min}^{-1}$$

$$T_4 = T_{Ab} = T_{Zw} i_{II} = 945 \text{ Nm}$$

$$r_3 = \frac{m_{nII} z_3}{2 \cdot \cos \beta_{II}} = \frac{3 \text{ mm} \cdot 13}{2 \cdot \cos 15^\circ} = 20,2 \text{ mm}$$

$$r_4 = \frac{m_{nII} z_4}{2 \cdot \cos \beta_{II}} = \frac{3 \text{ mm} \cdot 50}{2 \cdot \cos 15^\circ} = 77,6 \text{ mm}$$

$$\underline{\underline{F_{tII}}} = \frac{T_{Zw}}{r_3} = \frac{246000 \text{ Nmm}}{20,2 \text{ mm}} = \underline{\underline{12178 \text{ N}}}$$

$$\underline{\underline{F_{rII}}} = F_{tII} \frac{\tan \alpha_n}{\cos \beta_{II}} = \underline{\underline{4589 \text{ N}}}$$

$$\underline{\underline{F_{aII}}} = F_{tII} \tan \beta_{II} = \underline{\underline{3263 \text{ N}}}$$

Mit den Längenabmessungen $l_I = 40 \text{ mm}$, $l_K = 40 \text{ mm}$; $l = 160 \text{ mm}$ erhält man für den in Abb. 6.39c eingezeichneten Drehsinn:

Kräfte in der x-z-Ebene

$$-J_x l + F_{rI}(l - l_I) + F_{rII} l_K + F_{aI} r_2 - F_{aII} r_3 = 0$$

$$J_x \cdot 160 \text{ mm} = 1278 \text{ N} \cdot 120 \text{ mm} + 4589 \text{ N} \cdot 40 \text{ mm} + 1755 \text{ N} \cdot 80,8 \text{ mm} - 3263 \text{ N} \cdot 20,2 \text{ mm}$$

$$\underline{J_x} = \frac{412811 \text{ Nmm}}{160 \text{ mm}} = \underline{2580 \text{ N}}$$

$$\underline{K_x} = F_{rI} + F_{rII} - J_x = \underline{3287 \text{ N}}$$

$$J_r = J_{res} = \sqrt{J_x^2 + J_y^2} = \sqrt{2580^2 + 765^2} = 2690 \text{ N} \rightarrow J_z = F_{aII} - F_{aI} = \underline{1508 \text{ N}}$$

$$\underline{K_r} = K_{res} = \sqrt{K_x^2 + K_y^2} = \sqrt{3287^2 + 8373^2} = \underline{8995 \text{ N}}$$

Kräfte in der y-z-Ebene

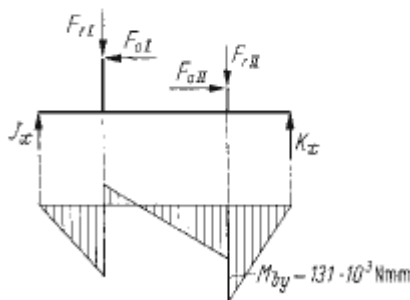
$$+J_y l + F_{aI}(l - l_I) - F_{rII} l_K = 0$$

$$J_y \cdot 160 \text{ mm} = -3040 \text{ N} \cdot 120 \text{ mm} + 12178 \text{ N} \cdot 40 \text{ mm}$$

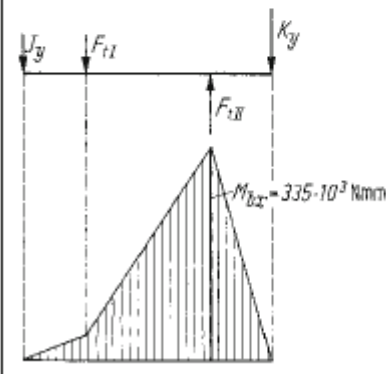
$$\underline{J_y} = \frac{122320 \text{ Nmm}}{160 \text{ mm}} = \underline{765 \text{ N}}$$

$$\underline{K_y} = F_{rII} - F_{rI} - J_y = \underline{8373 \text{ N}}$$

Biegemomentenverlauf in der x-z-Ebene



Biegemomentenverlauf in der y-z-Ebene



$$M_{b \max res} = \sqrt{M_{bx}^2 + M_{by}^2} = \sqrt{335^2 + 131^2} \cdot 10^3 \text{ Nmm} = \underline{360 \cdot 10^3 \text{ Nmm}}$$

Bei umgekehrtem Drehsinn ergibt sich:

Kräfte in der x-z-Ebene

$$-J_x l + F_{rI}(l - l_I) + F_{rII} l_K - F_{aI} r_2 + F_{aII} r_3 = 0$$

$$J_x = \frac{266720 \text{ Nmm}}{160 \text{ mm}} = \underline{1667 \text{ N}}$$

$$\underline{K_x} = F_{rI} + F_{rII} - J_x = \underline{4200 \text{ N}}$$

$$J_r = J_{res} = \sqrt{J_x^2 + J_y^2} = \sqrt{1667^2 + 765^2} = 1834 \text{ N} \rightarrow J_z = F_{aII} - F_{aI} = \underline{1508 \text{ N}}$$

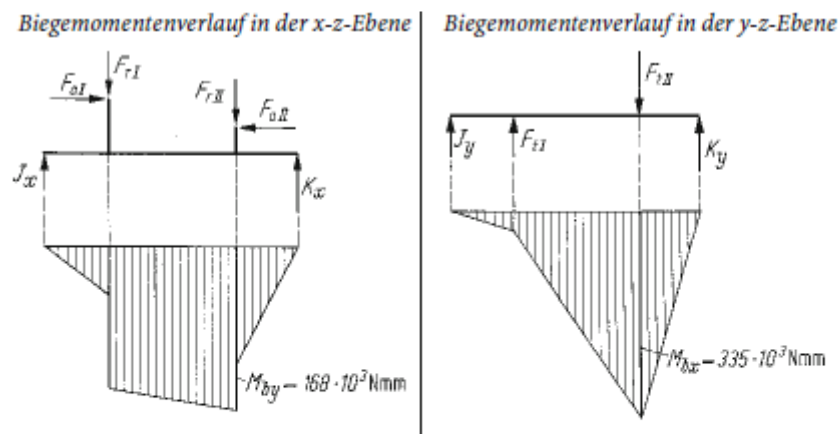
$$\underline{K_r} = K_{res} = \sqrt{K_x^2 + K_y^2} = \sqrt{4200^2 + 8373^2} = \underline{9367 \text{ N}}$$

Kräfte in der y-z-Ebene

$$-J_y l + F_{aI}(l - l_I) + F_{rII} l_K = 0$$

$$\underline{J_y} = 765 \text{ N}$$

$$\underline{K_y} = 8373 \text{ N}$$



$$M_{b \max \text{ res}} = \sqrt{M_{bx}^2 + M_{by}^2} = \sqrt{335^2 + 168^2} \cdot 10^3 \text{ Nmm} = \underline{409 \cdot 10^3 \text{ Nmm}}$$

Die Lagerkraft K_r und das resultierende Biegemoment an der gefährdeten Stelle haben also bei „umgekehrtem“ Drehsinn Höchstwerte, während die Lagerkraft J_r beim ursprünglichen (in der Abbildung angedeuteten) Drehsinn einen höheren Wert hat. Die Wälzlager sind selbstverständlich nach den möglichen Höchstwerten zu bemessen, und für die genaue Nachrechnung der Spannungen in der Welle ist das maximale Biegemoment zu benutzen.

45. Proračun vijčanika

[Haberhauer, 2011, s. 544-545]

Gegeben: $P_1 = 3,5 \text{ kW} = 3500 \text{ Nm/s}$; $n_1 = 400 \text{ min}^{-1}$ ($\omega_1 = 41,9 \text{ s}^{-1}$); $n_2 = 200 \text{ min}^{-1}$, also $i = 2$; $\Sigma = 90^\circ$; $a = 100 \text{ mm}$. Gewählt: $z_1 = 12$; Werkstoffe: gehärteter Stahl/gehärteter Stahl. Angenommen: $C_{zul} = 50 \text{ N/mm}^2$ (entsprechend $v_g = 2 \text{ m/s}$).

Rješenje

$$T_1 = \frac{P_1}{\omega_1} = \frac{3500 \text{ Nm/s}}{41,9 \text{ s}^{-1}} = 83,5 \text{ Nm} = 83,5 \cdot 10^3 \text{ Nmm}$$

$$m_n \approx 0,35 \sqrt[3]{\frac{T_1}{C_{zul} z_1}} = 0,35 \sqrt[3]{\frac{83,5 \cdot 10^3 \text{ Nmm}}{5,0 \text{ N/mm}^2 \cdot 12}} = 3,91 \text{ mm};$$

gewählt: $m_n = 4 \text{ mm}$.

Aus Gl. (6.91) folgt

$$\frac{2a}{z_1 m_n} = \frac{200}{12 \cdot 4} = 4,166 = \frac{1}{\cos \beta_1} + \frac{i}{\sin \beta_1}$$

Diese Gleichung wird erfüllt durch $\beta_1 = 50^\circ$ (Genauwert $49,98^\circ$). Nach Gl. (6.88) wird

$$r_1 = \frac{m_n z_1}{2 \cos \beta_2} = \frac{4 \text{ mm} \cdot 12}{2 \cos 50^\circ} = 37,33 \text{ mm},$$

$$r_2 = \frac{m_n z_2}{2 \cos \beta_2} = \frac{4 \text{ mm} \cdot 24}{2 \cos 40^\circ} = 62,67 \text{ mm}.$$

Mit $v_1 = r_1 \cdot \omega_1 = 1,56 \text{ m/s}$ wird nach Gl. (6.92)

$$v_g = \frac{v_1}{\cos \beta_2} = \frac{1,56 \text{ m/s}}{\cos 50^\circ} = 2,04 \text{ m/s}.$$

C_{zul} war somit richtig angenommen. Die Zahnbreite wird $b = 10 \cdot m_n = 40 \text{ mm}$. Für $\varrho = 6^\circ$ wird $\eta = 81 \%$. Mit $\alpha = 20^\circ$ gilt für die Kräfte:

$$F_{t1} = \frac{T_1}{r_1} = \frac{83,5 \cdot 10^3 \text{ Nmm}}{37,3 \text{ mm}} = 2240 \text{ N}; \quad F_r = 1130 \text{ N};$$

$$F_{t2} = F_{a1} = F_{t1} \tan(\beta_1 - \varrho) = 2160 \text{ N}; \quad F_{a2} = F_{t1} = 2240 \text{ N}.$$

46. Proračun pužnog prijenosnika

[Haberhauer, 2011, s. 554÷555]

Gegeben: $P_1 \approx 10 \text{ kW} = 10000 \text{ Nm/s}$; $n_1 = 1000 \text{ min}^{-1}$ ($\omega_1 = 104,5/\text{s}$); $i = 20$, also $n_2 = 50 \text{ min}^{-1}$ ($\omega_2 = 5,23/\text{s}$). Angenommen in Anlehnung an Tabelle 6.11 $z_1 = 2$, $z_2 = 40$. Geschätzt: $v_g \approx 4 \text{ m/s}$, also $C_{2zul} = 6,0 \text{ N/mm}^2$, $\eta \approx 0,78$.

Rješenje

Es wird also $P_2 = \eta P_1 = 0,78 \cdot 10000 \text{ Nm/s} = 7800 \text{ Nm/s}$,

$$T_2 = \frac{P_2}{\omega_2} = \frac{7800 \text{ Nm/s}}{5,23/\text{s}} = 1490 \text{ Nm} = 1490 \cdot 10^3 \text{ Nmm}$$

und nach Gl. (6.108b)

$$m = 0,43 \sqrt[3]{\frac{T_2}{C_{2 \text{ zul}} z_2}} = 0,43 \sqrt[3]{\frac{1490 \cdot 10^3 \text{ Nmm}}{6,0 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot 40}} = 7,90 \text{ mm};$$

gewählt: $m = 8 \text{ mm}$,

also $d_{m1} = 10 m = 80 \text{ mm}$; $d_2 = m z_2 = 8 \text{ mm} \cdot 40 = 320 \text{ mm}$;

$$a = 0,5 (d_{m1} + d_2) = 200 \text{ mm}; \quad x = 0; \quad \tan \gamma_m = 0,2; \quad \gamma_m = 11,31^\circ.$$

Mit $\varrho = 3^\circ$ wird nach Gl. (6.106)

$$\eta = \frac{\tan \gamma_m}{\tan (\gamma_m + \varrho)} = \frac{\tan 11,31^\circ}{\tan 14,31^\circ} = \frac{0,2}{0,255} = 0,784;$$

ferner wird $v_1 = r_{m1} \omega_1 = 0,040 \text{ m} \cdot 104,5/\text{s} = 4,18 \text{ m/s}$ und nach Gl. (6.101)

$$v_g = \frac{v_1}{\cos \gamma_m} = \frac{4,18 \text{ m/s}}{\cos 11,31^\circ} = 4,27 \text{ m/s}.$$

Kräfte: Aus

$$T_1 = \frac{P_1}{\omega_1} = \frac{10000 \text{ Nm/s}}{104,5/\text{s}} = 95,7 \cdot 10^3 \text{ Nmm}$$

folgt

$$F_{t1} = T_1 / r_{m1} = 95700 \text{ Nmm} / 40 \text{ mm} = \underline{2390 \text{ N}},$$

aus Gl. (6.105)

$$F_{t2} = F_{t1} / \tan (\gamma_m + \varrho) = 2390 \text{ N} / 0,255 = \underline{9380 \text{ N}},$$

und aus Gl. (104)

$$F_r = F_{t1} \tan \alpha_n \cos \varrho / \sin (\gamma_m + \varrho) = 2390 \text{ N} \cdot 0,364 \cdot 1 / 0,247 = \underline{3520 \text{ N}}.$$

Maße:

$$d_{a1} = d_{m1} + 2 m = 96 \text{ mm}; \quad d_{f1} = d_{m1} - 2,4 m = 60,8 \text{ mm};$$

$$b_1 = \sqrt{d_{a2}^2 - d_2^2} = 106 \text{ mm}.$$

$$d_{a2} = d_2 + 2 m = 336 \text{ mm}; \quad d_{f2} = d_2 - 2,4 m = 300,8 \text{ mm};$$

$$b_2 = 0,8 d_{m1} = 64 \text{ mm}, \quad d_{e2} = d_{a2} + m = 344 \text{ mm}.$$

47. Proračun zupčanog prijenosnika kranske dizalice

[Haberhauer, 2011, s. 566÷567]

1. Beispiel: Umlaufrädergetriebe vom Typ 1 A I für das Hubwerk eines Kranes von 10 t Tragkraft mit loser Rolle für zwei verschiedene Hubgeschwindigkeiten, a) Hauptgeschwindigkeit $v_L = 15 \text{ m/min}$ und b) Feingeschwindigkeit $v_L = 0,75 \text{ m/min}$ nach dem Schema in Abb. 6.79.

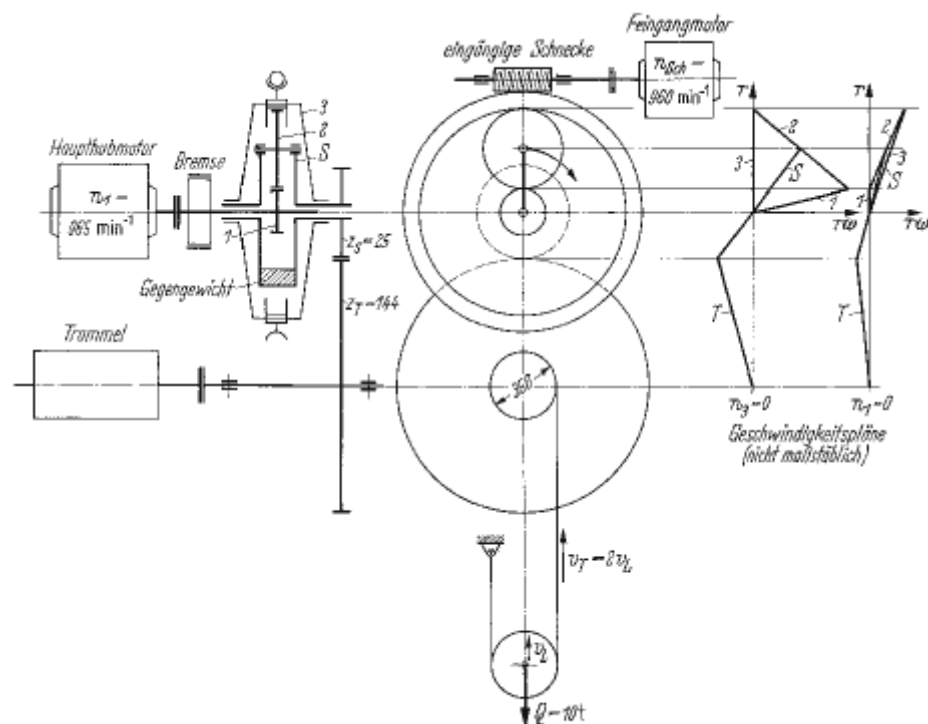


Abb. 6.79. Umlaufgetriebe für Kranhubwerk (Beispiel 1)

Zadano

Gegeben: Trommeldurchmesser $d_T = 350$ mm; Zähnezahlen des Trommelvorgeleges $z_T = 144$,

$$z_S = 25 \quad (\text{mit Steg fest verbunden}).$$

- Drehzahl des Haupthubmotors $n_1 = 965 \text{ min}^{-1}$; dabei $n_3 = 0$ (selbsthemmend),
- Drehzahl des Feingangmotors $n_{\text{Sch}} = 960 \text{ min}^{-1}$; dabei $n_1 = 0$ (abgebremst).

Traži se

Gesucht: erforderliche Drehzahlen und Zähnezahlen z_1, z_2 und z_3 im Falle a) und Übersetzung des Schneckengetriebes im Falle b) mit den gefundenen Zähnezahlen.

Rješenje

a) Für die Lastgeschwindigkeit $v_L = 15 \text{ m/min}$ ergibt sich die Trommel-drehzahl n_T aus $v_T = 2 v_L = d_T \pi n_T$ zu

$$n_T = \frac{2 v_L}{d_T \pi} = \frac{2 \cdot 15 \text{ m/min}}{0,35 \text{ m } \pi} = 27,3 \text{ min}^{-1}.$$

Die Stegdrehzahl wird

$$n_S = n_T \frac{z_T}{z_S} = 27,3 \cdot \frac{144}{25} = 157 \text{ min}^{-1}.$$

Mit $n_3 = 0$ und $n_1 = 965 \text{ min}^{-1}$ folgt aus

$$n_1 + \frac{z_3}{z_1} n_3 = \left(1 + \frac{z_3}{z_1}\right) n_S$$

$$965 = \left(1 + \frac{z_3}{z_1}\right) 157,$$

$$1 + \frac{z_3}{z_1} = \frac{965}{157} = 6,15,$$

also

$$\frac{z_3}{z_1} = 5,15.$$

Gewählt $z_1 = 17$ und $z_3 = 87$; aus $r_2 = (r_3 - r_1)/2$ folgt dann

$$z_2 = \frac{z_3 - z_1}{2} = \frac{87 - 17}{2} = 35.$$

b) Für die Lastgeschwindigkeit $v_L = 0,75 \text{ m/min}$ ergibt sich die Trommel-drehzahl zu

$$n_T = \frac{2 v_L}{d_T \pi} = \frac{2 \cdot 0,75 \text{ m/min}}{0,35 \text{ m } \pi} = 1,37 \text{ min}^{-1}$$

und die Stegdrehzahl zu

$$n_S = n_T \frac{z_T}{z_S} = 1,37 \cdot \frac{144}{25} = 7,9 \text{ min}^{-1}.$$

Mit $n_1 = 0$ (Hauptmotor abgebremst) wird

$$\frac{z_3}{z_1} n_3 = \left(1 + \frac{z_3}{z_1}\right) n_S \quad \text{oder} \quad z_3 n_3 = (z_1 + z_3) n_S,$$

also

$$n_3 = \frac{z_1 + z_3}{z_3} n_S = \frac{17 + 87}{87} \cdot 7,9 = \frac{104}{87} \cdot 7,9 = 9,45 \text{ min}^{-1},$$

Somit wird die Übersetzung des Schneckengetriebes

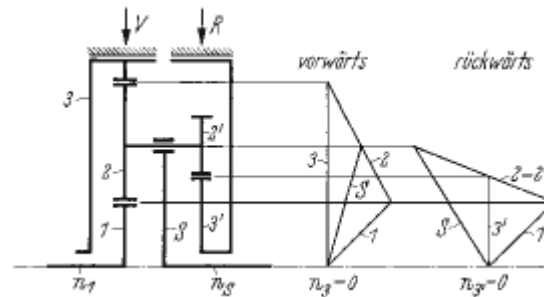
$$i_{\text{Sch}} = \frac{n_{\text{Sch}}}{n_3} = \frac{960}{9,45} = 102.$$

48. Proračun zupčanog prijenosnika gibanja naprijed/natrag

[Haberhauer, 2011, s. 567÷568]

2. Beispiel: Umlaufräder-Wendegetriebe nach dem Schema in Abb. 6.80, das im Vorwärtsgang als Typ 1 A I mit abgebremstem Rad 3 und im Rückwärtsgang als Typ 2 A A (mit 3' statt 3) mit abgebremstem Rad 3' arbeitet.

Abb. 6.80. Umlauf-Wendegetriebe (Beispiel 2)



Zadano

Gegeben: $n_1 = 950 \text{ min}^{-1}$; verlangt: vorwärts $n_5 = 250 \text{ min}^{-1}$, rückwärts $n_5 = -500 \text{ min}^{-1}$.

Rješenje

Bei gleicher Leistung für den Vorwärts- und Rückwärtsgang tritt in der zweiten Stufe des Planetenrades die höhere Belastung auf, und man wird bei der Bemessung von dem kleinsten Rad 2' ausgehen. Eine Überschlagsrechnung ergibt, daß für die Räder 2' und 3' der Modul $m' = 2,5 \text{ mm}$ betragen muß, während für die Räder 1, 2, 3 der Modul $m = 2 \text{ mm}$ genügt.

Aus den Drehzahlgleichungen folgt für den

Vorwärtsgang (Typ 1 A I)

$$\frac{n_1}{n_5} = 1 + \frac{r_3}{r_1} = \frac{950}{250} = 3,8,$$

$$\frac{r_3}{r_1} = 2,8,$$

Rückwärtsgang (Typ 2 A A)

$$\frac{n_1}{n_5} = 1 - \frac{r_2}{r_1} \frac{r_{3'}}{r_{2'}} = \frac{950}{-500} = -1,9,$$

$$\frac{r_2}{r_1} \frac{r_{3'}}{r_{2'}} = 2,9,$$

Aus

$$r_2 = \frac{r_3 - r_1}{2} \quad \text{folgt} \quad \frac{r_2}{r_1} = \frac{1}{2} \left(\frac{r_3}{r_1} - 1 \right) = 0,9$$

und somit

$$\frac{r_{3'}}{r_{2'}} = \frac{2,9}{0,9} = 3,22$$

Mit den Moduln $m = 2$ und $m' = 2,5$ ergibt sich

$$r_5 = \frac{m}{2} (z_1 + z_2) = \frac{m'}{2} (z_{2'} + z_{3'})$$

oder

$$m z_1 \left(1 + \frac{z_2}{z_1} \right) = m' z_{2'} \left(1 + \frac{z_{3'}}{z_{2'}} \right)$$

und

$$\frac{z_1}{z_{2'}} = \frac{m'}{m} \frac{1 + \frac{z_{3'}}{z_{2'}}}{1 + \frac{z_2}{z_1}} = \frac{2,5}{2} \frac{4,22}{1,9} = 2,78.$$

Gewählt $z_{2'} = 18$; dann wird

$$z_1 = 2,78 z_{2'} = 50; \quad z_2 = 0,9 z_1 = 45;$$

$$z_3 = z_1 + 2 z_2 = 140; \quad z_{3'} = 3,22 z_{2'} = 58;$$

Die Wälzradien ergeben sich zu

$$r_1 = \frac{m}{2} z_1 = 50 \text{ mm}$$

$$r_{2'} = \frac{m'}{2} z_{2'} = 1,25 \cdot 18 = 22,5 \text{ mm}$$

$$r_2 = \frac{m}{2} z_2 = 45 \text{ mm}$$

$$r_{3'} = \frac{m'}{2} z_{3'} = 1,25 \cdot 58 = 72,5 \text{ mm}$$

$$\overline{r_5} = \quad \quad \quad \overline{95 \text{ mm}}$$

$$\overline{r_5} = \quad \quad \quad \overline{95,0 \text{ mm}}$$

$$r_3 = \quad \quad \quad 140 \text{ mm}$$

49. Proračun zupčanog prijenosnika

[Haberhauer, 2011, s. 568-571]

3. Beispiel: Hintereinanderschaltung von zwei Getrieben des Typs 1 A I zur Verwendung als Schiffsuntersetzungs- und -wendegetriebe, Bauart Stoeckicht.

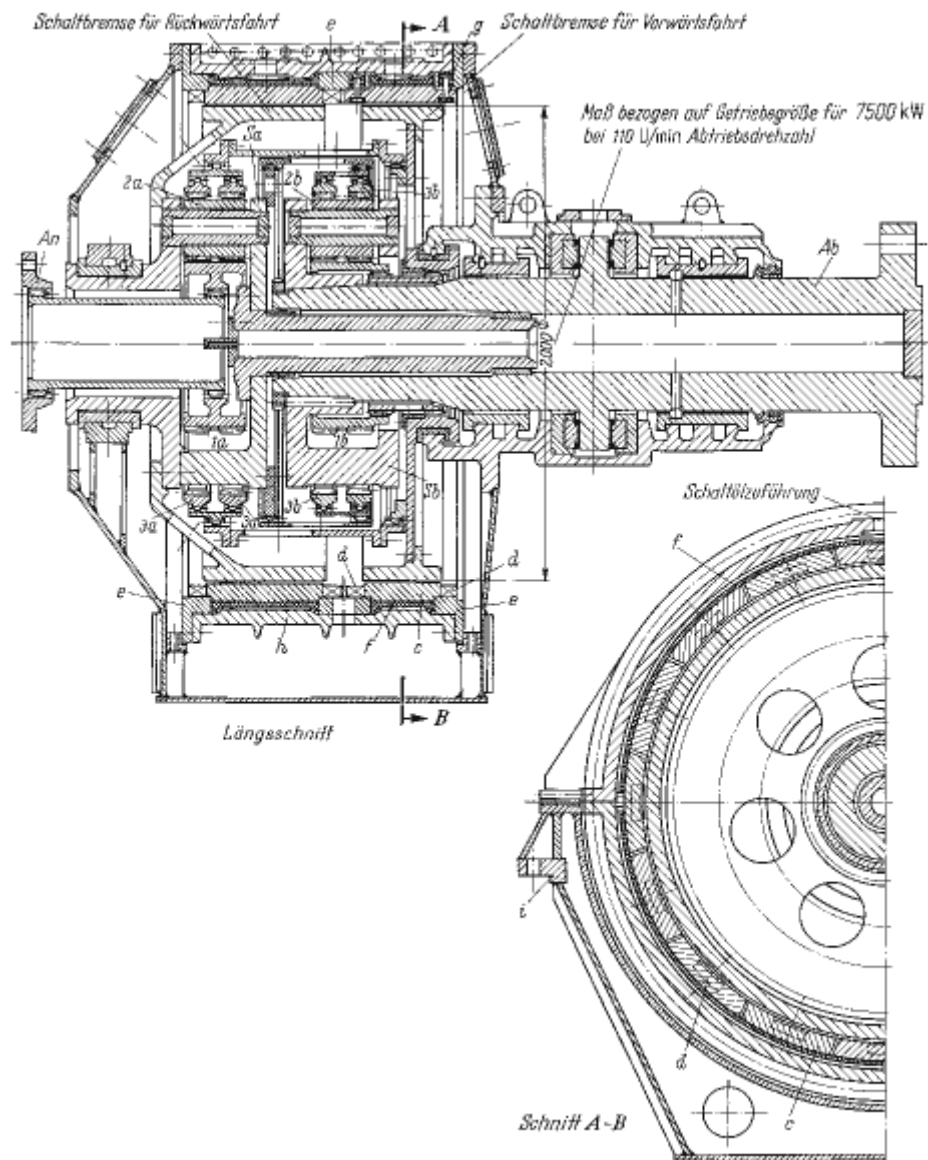


Abb. 6.81. Stoeckicht-Schiffsuntersetzungs- und -wendegetriebe (Beispiel 3)

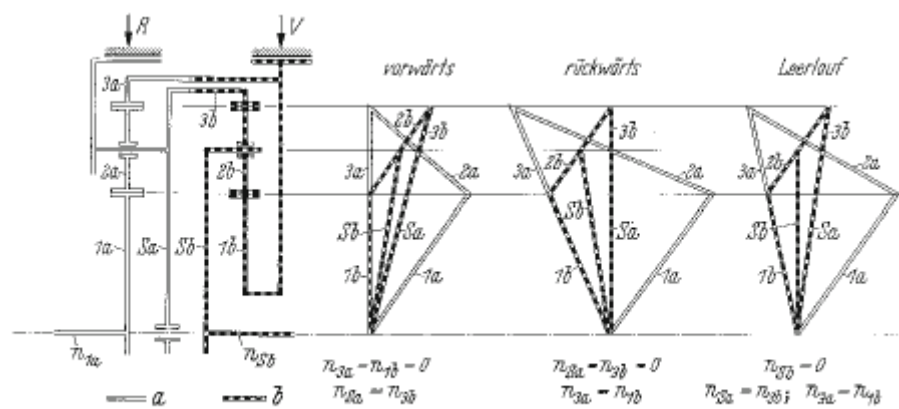


Abb. 6.82. Geschwindigkeitspläne für Untersetzungs- und Wendegetriebe (Beispiel 3)

Rješenje

Der Längsschnitt (Abb. 6.81) zeigt, daß die Planetenräder und die Außenräder der beiden Getriebe *a* und *b* aus Fertigungsgründen und zur Vereinfachung der Ersatzteillagerhaltung gleich ausgeführt sind und somit auch die Sonnenräder *1a* und *1b* gleiche Zähnezahlen haben. Die Grundübersetzung $i_{1/3} = -\frac{r_3}{r_1}$ ist also (bei dieser Ausführung) bei beiden Getrieben gleich.

Zur Betätigung des *Vorwärtsganges* werden die miteinander gekuppelten Räder *3a* und *1b* durch die Bremse *V* festgehalten: $n_{3a} = n_{1b} = 0$. Zur Betätigung des *Rückwärtsganges* wird die Bremse *R* angezogen, wodurch der Steg *Sa*, der mit Rad *3b* gekuppelt ist, festgehalten wird: $n_{Sa} = n_{3b} = 0$. Der Leerlauf der Antriebsmaschine wird durch Lösen beider Bremsen ermöglicht. In Abb. 6.82 ist das Getriebeschema mit den Geschwindigkeitsplänen gezeichnet.

Durch Aufstellen der Drehzahlgleichungen für jedes Getriebe ergeben sich die Übersetzungsverhältnisse wie folgt:

	Vorwärtsgang	Rückwärtsgang
Getriebe a:	$n_{1a} - i_{1/3} n_{3a} = (1 - i_{1/3}) n_{sa}$ $n_{3a} = 0; n_{sa} = n_{3b}$ $n_{3b} = \frac{n_{1a}}{1 - i_{1/3}}$	$n_{1a} - i_{1/3} n_{3a} = (1 - i_{1/3}) n_{sa}$ $n_{sa} = 0; n_{3a} = n_{1b}$ $n_{1b} = \frac{n_{1a}}{i_{1/3}}$
Getriebe b:	$n_{1b} - n_{1/3} n_{3b} = (1 - i_{1/3}) n_{sb}$ $n_{1b} = 0$ $-i_{1/3} \frac{n_{1a}}{1 - i_{1/3}} = (1 - i_{1/3}) n_{sb}$ $\left[\frac{n_{1a}}{n_{sb}} = \frac{(1 - i_{1/3})^2}{-i_{1/3}} = \frac{\left(1 + \frac{r_3}{r_1}\right)^2}{\frac{r_3}{r_1}} \right]$	$n_{1b} - i_{1/3} n_{3b} = (1 - i_{1/3}) n_{sb}$ $n_{3b} = 0$ $\frac{n_{1a}}{i_{1/3}} = (1 - i_{1/3}) n_{sb}$ $\left[\frac{n_{a1}}{n_{sb}} = i_{1/3} (1 - i_{1/3}) = -\frac{r_3}{r_1} \left(1 + \frac{r_3}{r_1}\right) \right]$

Je nach der Wahl von r_3/r_1 erhält man folgende Übersetzungsverhältnisse $n_{1a}/n_{sb} = n_{an}/n_{ab}$:

r_3/r_1	1,5	1,62	1,75	2	2,25
Vorwärts	4,16	4,24	4,32	4,5	4,7
Rückwärts	-3,75	-4,25	-4,81	-6,0	-7,3

Für den Fall gleich großer Übersetzung im Vorwärts- und Rückwärtsgang und für je 6 gleichmäßig verteilte Planetenräder eignen sich z. B. die Zähnezahlen $z_1 = 71$, $z_2 = 22$, $z_3 = 115$,¹ denn es ist dann $r_3/r_1 = z_3/z_1 = 1,62$, und die Zähnezahlsomme $z_1 + z_3$ ist durch 6 teilbar.

50. Proračun stupnja korisnog djelovanja planetarnog prijenosnika

[Haberhauer, 2011, s. 574-577]

4. Beispiel: Wirkungsgrad bei einem Umlaufgetriebe

Vorwärtsgang des Beispiels 2 für eine Antriebsleistung

$$P_1 = 10 \text{ kW} = 10000 \text{ Nm/s.}$$

Drehzahlen und Winkelgeschwindigkeiten:

$$\frac{n_1}{n_S} = 1 + \frac{z_3}{z_1} = 1 + \frac{140}{50} = 3,8; \quad n_S = \frac{n_1}{3,8},$$

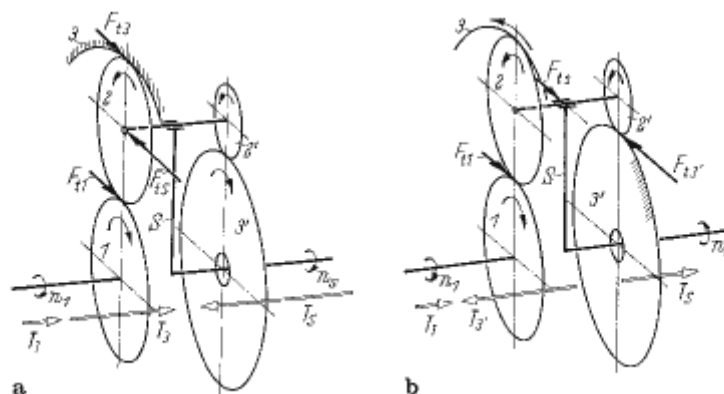
$$n_1 = 950 \text{ min}^{-1}; \quad \omega_1 = 99,5/\text{s},$$

$$\frac{n_2}{n_S} = 1 - i_{2/3} = 1 - \frac{z_3}{z_2} = -2,11;$$

$$n_S = 250 \text{ min}^{-1}; \quad \omega_S = 26,2/\text{s},$$

$$n_2 = -2,11 n_S,$$

$$n_2 = -527 \text{ min}^{-1}; \quad \omega_2 = -55,1/\text{s},$$

Abb. 6.85. Kräfte und Momente (Beispiel 4). a) Vorwärtsgang ($n_3 = 0$); b) Rückwärtsgang ($n'_3 = 0$)**Rješenje**

Drehmomente Abb. 6.85 a:

$$\begin{aligned} \text{Antriebsmoment } T_1 &= \frac{P_1}{\omega_1} = \frac{10\,000 \text{ Nm/s}}{99,5/\text{s}} = 100,5 \text{ Nm}, \\ T_1 &= 100,5 \cdot 10^3 \text{ Nmm}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Antriebsmoment } T_S &= -(1 - i_{1/3}) T_1 = -3,8 T_1, \\ T_S &= -381,9 \cdot 10^3 \text{ Nmm}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Stützmoment } T_3 &= -i_{1/3} T_1 = +2,8 T_1, \\ T_3 &= 281,4 \cdot 10^3 \text{ Nmm}. \end{aligned}$$

Kräfte (bei *einem* Planetenrad; Abb. 6.85 a):

$$r_1 = 50 \text{ mm}; F_{t1} = \frac{T_1}{r_1} = \frac{100,5 \cdot 10^3 \text{ Nmm}}{50 \text{ mm}} = 2010 \text{ N}; F_{t3} = 2010 \text{ N}; F_{ts} = 4020 \text{ N}.$$

Leistungen und Wirkungsgrad:

$$\begin{aligned} P_{K1} &= F_{t1} r_1 \omega_s = T_1 \omega_s = 100,5 \text{ Nm} \cdot 26,2/\text{s} = 2630 \text{ Nm/s} \\ P_{W1} &= F_{t1} r_1 (\omega_1 - \omega_s) = 100,5 \cdot (99,5 - 26,2) = 7370 \text{ Nm/s} \end{aligned}$$

$$P_1 = P_{K1} + P_{W1} = 10\,000 \text{ Nm/s}$$

$$\begin{aligned} P_{K3} &= F_{t3} r_3 \omega_s = T_3 \omega_s = 281,4 \text{ Nm} \cdot 26,2/\text{s} = 7370 \text{ Nm/s} \\ P_{W3} &= F_{t3} r_3 (\omega_3 - \omega_s) = 281,4 \cdot (0 - 26,2) = -7370 \text{ Nm/s} \end{aligned}$$

$$P_3 = P_{K3} + P_{W3} = 0 \text{ Nm/s}$$

$$\begin{aligned} P_{V1} &= v_1 |P_{W1}| = 0,01 \cdot 7370 = 74 \text{ Nm/s} \\ P_{V3} &= v_3 |P_{W3}| = 0,01 \cdot 7370 = 74 \text{ Nm/s} \end{aligned}$$

$$P_V = P_{V1} + P_{V3} = 148 \text{ Nm/s}$$

$$\eta = 1 - \frac{P_V}{P_{an}} = 1 - \frac{148}{10000} = 1 - 0,0148 = 0,9852 = \underline{\underline{98,52\%}}$$

Rückwärtsgang des Beispiels 2 für die gleiche Leistung $P_1 = 10$ kW.

Drehzahlen und Winkelgeschwindigkeiten:

$$\begin{aligned} \frac{n_1}{n_S} &= 1 - \frac{z_i}{z_1} \frac{z_{3'}}{z_2'} = 1 - \frac{45}{50} \frac{58}{18} & n_1 &= 950 \text{ min}^{-1}; & \omega_1 &= 99,5/\text{s}, \\ &= 1 - 2,9 = -1,9, & n_S &= -500 \text{ min}^{-1}; & \omega_S &= -52,4/\text{s}, \\ \frac{n_2}{n_S} &= 1 - i_{2/3'} = 1 + \frac{r_{3'}}{r_2'} = 1 + \frac{z_3'}{z_2'} \\ &= 1 + \frac{58}{18} = 4,22, & n_2 &= -2110 \text{ min}^{-1}; & \omega_2 &= -221/\text{s}, \end{aligned}$$

Drehmomente Abb. 6.85b:

$$\begin{aligned} \text{Antriebsmoment } T_1 &= \frac{P_1}{\omega_1} = 100,5 \text{ Nm}, & T_1 &= 100,5 \cdot 10^3 \text{ Nmm}, \\ \text{Antriebsmoment } T_S &= -(1 - i_{1/3'}) T_1 = -1,9 T_1, & T_S &= 191,0 \cdot 10^3 \text{ Nmm}, \\ \text{Stützmoment } T_3 &= -i_{1/3'} T_1 = -2,9 T_1, & T_3 &= -291,5 \cdot 10^3 \text{ Nmm}. \end{aligned}$$

Kräfte (bei *einem* Planetenrad; Abb. 6.85b):

$$\begin{aligned} r_1 &= 50 \text{ mm}; \quad F_{t1} = \frac{T_1}{r_1} = 2010 \text{ N}; \quad F_{t3'} = F_{t1} \frac{r_2}{r_2'} = 2010 \cdot \frac{45}{22,5} = 4020 \text{ N}; \\ F_{ts} &= 2010 \text{ N}. \end{aligned}$$

Leistungen und Wirkungsgrad:

$$\begin{aligned} P_{K1} &= F_{t1} r_1 \omega_s = T_1 \omega_s = 100,5 \text{ Nm} \cdot (-52,4/\text{s}) &= -5270 \text{ Nm/s} \\ P_{W1} &= F_{t1} r_1 (\omega_1 - \omega_s) = 100,5 \cdot (99,5 + 52,4) &= +15270 \text{ Nm/s} \\ & & \underline{\hspace{1.5cm}} \\ P_1 &= P_{K1} + P_{W1} &= 10000 \text{ Nm/s} \\ P_{K3'} &= F_{t3'} r_3' \omega_s = T_3' \omega_s = 291,5 \text{ Nm} \cdot 52,4/\text{s} &= 15270 \text{ Nm/s} \\ P_{W3'} &= F_{t3'} r_3' (\omega_3' - \omega_s) = 291,5 \cdot (0 - 52,4) &= -15270 \text{ Nm/s} \\ & & \underline{\hspace{1.5cm}} \\ P_3 &= P_{K3'} + P_{W3'} &= 0 \text{ Nm/s} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P_{V1} &= v_1 |P_{W1}| = 0,01 \cdot 15270 = 153 \text{ Nm/s} \\ P_{V3} &= v_3 |P_{W3}| = 0,01 \cdot 15270 = 153 \text{ Nm/s} \end{aligned}$$

$$P_V = P_{V1} + P_{V3} = 306 \text{ Nm/s}$$

$$\eta = 1 - \frac{P_V}{P_{an}} = 1 - \frac{306}{10000} = 1 - 0,0306 = 0,9694 = \underline{\underline{97\%}}$$

Beim Rückwärtsgang ist also die Wälzleistung *größer* als die Antriebsleistung. Daher der schlechtere Wirkungsgrad!

Der Wirkungsgrad des Standgetriebes ist jedoch schlechter als der des Umlaufgetriebes im Vorwärtsgang:

$$\eta_{Sta} = 1 - \frac{P_{V\text{Sta}}}{P_{an}} = 1 - \frac{2 \cdot v P_{an}}{P_{an}} = 1 - \frac{200}{10000} = 1 - 0,02 = 0,98 = \underline{\underline{98\%}}.$$

1.11 Ležajevi

1.11.1 Klizni ležajevi

51. Radijalni klizni ležaj – 1. primjer

[Böge, 2011, s. 748÷750]

Mit den gegebenen Größen ist die Entwurfsberechnung nach 13.3.4 durchzuführen.

Gegeben:

Lagerkraft	$F = 190\,000\text{ N}$
Lagerdurchmesser	$d = 0,38\text{ m}$
Lagerbreite	$b = 0,3\text{ m}$
Wellendrehzahl	$n = 3\text{ s}^{-1} = 180\text{ min}^{-1}$
Umgebungstemperatur	$t_U = 20\text{ °C}$
Wärmeabfuhrzahl	$\alpha = 20 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}} = 20 \frac{\text{Nm}}{\text{s m}^2\text{K}}$

Werkstoffpaarung: Stahl/Lg PbSn nach 13.3.4.3.

Ölsorte: ISO VG 100 DIN ISO 3448, mit VI = 50 nach 13.3.4.9.

Rješenje

1. Spezifische Lagerbelastung p

$$p = \frac{F}{b d} \leq p_{\text{zul}} \quad F, b, d \text{ und } p_{\text{zul}} \text{ sind gegebene Größen}$$

$$p = \frac{190\,000\text{ N}}{0,3\text{ m} \cdot 0,38\text{ m}} = 1,67 \cdot 10^6 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} < p_{\text{zul}} = 12,5 \cdot 10^6 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

2. Relative Lagerbreite β

$$\beta = \frac{b}{d} = \frac{0,3\text{ m}}{0,38\text{ m}} = 0,789 = 0,8$$

3. Umfangsgeschwindigkeit v

$$v = \pi d n = \pi \cdot 0,38\text{ m} \cdot 3 \frac{1}{\text{s}} = 3,58 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

4. Wärme abgebende Lageroberfläche A_G

$$\begin{aligned} A_G &= A_L + A_W & A_L &= 20 d b \text{ gewählt} \\ A_G &= 3,724\text{ m}^2 & A_W &= 10 d^2 \text{ gewählt} \end{aligned}$$

5. Relatives Lagerspiel ψ_B

$$\psi_B = 0,8 \cdot \sqrt[4]{v} \cdot 10^{-3} = 0,8 \cdot \sqrt[4]{3,58} \cdot 10^{-3} = 0,0011$$

$$\psi_B = 1,1 \cdot 10^{-3}$$

6. *Lagerspiel* P_{sB}

$$P_{sB} = \psi_B d = 1,1 \cdot 10^{-3} \cdot 0,38 \text{ m} = \\ = 0,418 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 0,418 \text{ mm}$$

7. *Richtungskonstante* m

$$m = 3,996$$

8. *Hilfsfaktor* W_M

$$W_M = \lg \lg \left(\frac{\eta_M}{\varrho} \cdot 10^6 + 0,8 \right)$$

$$W_M = 0,2472$$

$$\eta_M = 51,9 \cdot 10^{-3} \frac{\text{Ns}}{\text{m}^2}$$

$$\varrho = 900 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

9. *Sommerfeldkonstante* C_{So}

$$C_{So} = \frac{P \psi_B^2}{\omega} = \frac{1,67 \cdot 10^6 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \cdot (1,1 \cdot 10^{-3})^2}{18,85 \frac{1}{\text{s}}} = 0,107 \frac{\text{Ns}}{\text{m}^2}$$

Erster Iterationsschritt:

10. Hilfsfaktor W_x mit $\vartheta_{\text{eff}} = 60 \text{ }^\circ\text{C}$

$$W_x = m (\lg T_M - \lg T_x) + W_M$$

$$W_x = 3,996 (\lg 323,15 - \lg 333,15) + 0,2472$$

$$W_x = 0,1943$$

$$m = 3,996$$

$$T_M = 50 \text{ }^\circ\text{C} + 273,15 \text{ K} = 323,15 \text{ K}$$

$$T_x = \vartheta_{\text{eff}} + 273,15 \text{ K} = 60 \text{ }^\circ\text{C} + 273,15 \text{ K}$$

$$T_x = 333,15 \text{ K}$$

$$W_M = 0,2472$$

11. Effektive Viskosität η_{eff}

$$\eta_{\text{eff}} = \varrho [10^{(10^{W_x})} - 0,8] \cdot 10^{-6} \quad \varrho = 900 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \quad W_x = 0,1943$$

$$\eta_{\text{eff}} = 900 \cdot [10^{(10^{0,1943})} - 0,8] \cdot 10^{-6}$$

$$\eta_{\text{eff}} = 32,3 \cdot 10^{-3} \frac{\text{Ns}}{\text{m}^2}$$

12. Sommerfeldzahl So

$$So = \frac{C_{So}}{\eta_{\text{eff}}} = \frac{0,107 \frac{\text{Ns}}{\text{m}^2}}{32,3 \cdot 10^{-3} \frac{\text{Ns}}{\text{m}^2}} = 3,3 > 1$$

13. Reibzahl μ

$$\mu = \frac{k \psi_B}{\sqrt{So}} = \frac{3 \cdot 1,1 \cdot 10^{-3}}{\sqrt{3,3}} = 1,8 \cdot 10^{-3}$$

$k = 3$ angenommen

14. Wärmestrom (Reibleistung) P_R

$$P_R = F \mu v = 190\,000 \text{ N} \cdot 1,8 \cdot 10^{-3} \cdot 3,58 \frac{\text{m}}{\text{s}} =$$

$$= 1\,224 \frac{\text{Nm}}{\text{s}} = 1\,224 \text{ W}$$

15. Lagertemperatur ϑ_L

$$\vartheta_L = \vartheta_U + \frac{P_R}{\alpha A_G}; \vartheta_U = 20 \text{ }^\circ\text{C} \text{ (gegeben)}; \alpha = 20 \frac{\text{Nm}}{\text{sm}^2 \text{K}} \text{ (gegeben)}$$

$$\vartheta_L = 20\text{ °C} + \frac{1224 \frac{\text{Nm}}{\text{s}}}{20 \frac{\text{Nm}}{\text{sm}^2\text{K}} \cdot 3,724 \text{ m}^2}$$

Der Betrag der Temperaturdifferenz $|\vartheta_L - \vartheta_{\text{eff}}|$ wird also $|\Delta\vartheta| = |36,4\text{ °C} - 60\text{ °C}| = 23,6\text{ °C} \gg 2\text{ °C}$, das heißt, es muss mit einer neuen effektiven Lagertemperatur ϑ_{eff} gerechnet werden.

16. Neue effektive Lagertemperatur ϑ_{eff}

$$\begin{aligned}\vartheta_{\text{eff neu}} &= \frac{\vartheta_{\text{eff alt}} + \vartheta_L}{2} = \frac{60\text{ °C} + 36,4\text{ °C}}{2} = \\ &= 48,2\text{ °C}\end{aligned}$$

Zweiter Iterationsschritt:

Hilfsfaktor W_x mit $\vartheta_{\text{eff}} = 48,2\text{ °C}$

$$\begin{aligned}W_x &= m (\lg T_M - \lg T_x) + W_M \\ W_x &= 3,996 \cdot [\lg 323,15 - \lg (48,2 + 273,15)] + 0,2472 \\ W_x &= 0,257\end{aligned}$$

Effektive Viskosität η_{eff}

$$\begin{aligned}\eta_{\text{eff}} &= \rho [10^{(10^{W_x})} - 0,8] \cdot 10^{-6} \\ \eta_{\text{eff}} &= 900 \cdot [10^{(10^{0,257})} - 0,8] \cdot 10^{-6} = \\ &= 57 \cdot 10^{-3} \frac{\text{Ns}}{\text{m}^2} \quad (\text{vorher } 32,3 \cdot 10^{-3} \frac{\text{Ns}}{\text{m}^2})\end{aligned}$$

Sommerfeldzahl So

$$So = \frac{C_{So}}{\eta_{\text{eff}}} = \frac{0,107 \frac{\text{Ns}}{\text{m}^2}}{57 \cdot 10^{-3} \frac{\text{Ns}}{\text{m}^2}} = 1,88 > 1 \quad (\text{vorher } 3,3)$$

Reibzahl μ

$$\mu = \frac{k\psi_B}{\sqrt{So}} = \frac{3 \cdot 1,1 \cdot 10^{-3}}{\sqrt{1,88}} = 2,4 \cdot 10^{-3} \quad (\text{vorher } 1,8 \cdot 10^{-3})$$

Wärmestrom (Reibleistung) P_R

$$\begin{aligned}P_R &= F \mu v = 190\,000 \text{ N} \cdot 2,4 \cdot 10^{-3} \cdot 3,58 \frac{\text{m}}{\text{s}} = \\ &= 1\,632 \frac{\text{Nm}}{\text{s}} = 1\,632 \text{ W}\end{aligned}$$

Lagertemperatur ϑ_L

$$\begin{aligned}\vartheta_L &= \vartheta_U + \frac{P_R}{\alpha A_G} = \\ &= 20\text{ °C} + \frac{1632 \frac{\text{Nm}}{\text{s}}}{20 \frac{\text{Nm}}{\text{sm}^2\text{K}} \cdot 3,724 \text{ m}^2} = 42\text{ °C}\end{aligned}$$

Der Betrag der Temperaturdifferenzen

$|\Delta\vartheta| = |\vartheta_L - \vartheta_{\text{eff}}|$ wird jetzt

$$|\Delta\vartheta| = |42\text{ °C} - 48,2\text{ °C}| = 6,2\text{ °C}.$$

Diese Temperaturdifferenz liegt noch über 2 °C, also muss noch einmal gerechnet werden.

Der dritte Iterationsschritt ergibt die folgenden Größen:

Hilfsfaktor W_x	= 0,2737 mit $\vartheta_{\text{eff}} = 45,1\text{ °C}$
Effektive Viskosität η_{eff}	= $67,2 \cdot 10^{-3}\text{ Ns/m}^2$
Sommerfeldzahl So	= 1,59 > 1
Reibzahl μ	= $2,6 \cdot 10^{-3}$
Reibleistung P_R	= 1 780 W
Lagertemperatur ϑ_L	= 43,9 °C = 44 °C
Temperaturdifferenz $ \Delta\vartheta $	= 1,2 °C

Anmerkung: Das Lager läuft im Schwerlastbereich ($So > 1$). Die Rechnung kann nun weitergeführt werden:

Kleinste Schmierspalthöhe h_0

$$h_{0(So>1)} = \frac{P_{\text{dB}}}{4 So} \cdot \frac{2 \beta}{1 + \beta} = \frac{0,418 \cdot 10^{-3} \text{ m}}{4 \cdot 1,59} \cdot \frac{2 \cdot 0,789}{1 + 0,789}$$

$$h_0 = 58 \cdot 10^{-6} \text{ m} = 58 \mu\text{m} > h_{0\text{zul}} = 10 \mu\text{m}$$

Die Bedingung $h_{0\text{vorh}} > h_{0\text{zul}}$ ist erfüllt.

Erforderlicher Schmierstoffdurchsatz \dot{V}_s

$$\dot{V}_s = \varphi h_0 b v$$

$$\dot{V}_s = 0,75 \cdot 58 \cdot 10^{-6} \text{ m} \cdot 0,3 \text{ m} \cdot 3,58 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\dot{V}_s = 46,7 \cdot 10^{-6} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

$$\dot{V}_s = 46,7 \cdot 10^{-6} \frac{10^3 \text{ l}}{3600 \text{ h}} = 168 \frac{\text{l}}{\text{h}}$$

Übergangsdrehzahl $n_{\text{ü}}$

$$\begin{aligned}n_{\text{ü}} &= 10^{-7} \cdot \frac{F}{\eta_{\text{eff}} V} = \frac{190000 \cdot 10^{-7}}{67,2 \cdot 10^{-3} \cdot 0,034} \text{ min}^{-1} = \\ &= 8,3 \text{ min}^{-1} \ll 180 \text{ min}^{-1}\end{aligned}$$

52. Radialni klizni ležaj – 2. primjer

[Böge, 2011, s. 750]

Spiel- und Toleranzberechnungen nach Tabelle 22.

Zadano

Betriebs-Lagerspiel $P_{sB} = 0,418 \text{ mm} = 418 \text{ }\mu\text{m}$ aus Beispiel 1, ebenso Durchmesser $d = 380 \text{ mm}$ und Betriebstemperatur $\vartheta_B = 44 \text{ }^\circ\text{C}$.

Rješenje

Spieländerung durch Wärmedehnung

$$\begin{aligned}
 d &= 380 \text{ mm} \\
 \alpha_W &= 12 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{K}} \text{ für Stahl} \\
 \alpha_G &= 9 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{K}} \text{ für Gusseisen} \\
 \alpha_L &= 24 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{K}}
 \end{aligned}
 \left. \vphantom{\begin{aligned} d \\ \alpha_W \\ \alpha_G \\ \alpha_L \end{aligned}} \right\} \begin{array}{l} \text{nach Abschnitt F} \\ \text{Thermodynamik,} \\ \text{Tabelle 3.} \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 \Delta\vartheta_W &= \vartheta_B - \vartheta_0 = 44 \text{ }^\circ\text{C} - 20 \text{ }^\circ\text{C} = 24 \text{ }^\circ\text{C} \\
 \Delta\vartheta_L &= \Delta\vartheta_W = 24 \text{ }^\circ\text{C} \\
 \Delta\vartheta_G &= \vartheta_G - \vartheta_0 = 15 \text{ }^\circ\text{C} \text{ angenommen} \\
 E_L &= 3,1 \cdot 10^4 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \\
 E_G &= 12 \cdot 10^4 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \text{ für Gusseisen}
 \end{aligned}$$

Annahmen:

Außendurchmesser der Lagerbuchse = 390 mm

Außendurchmesser des Lagergehäuses = 450 mm

Damit ergeben sich die Querschnittsflächen

$$A_L = \frac{\pi}{4} (390^2 - 380^2) \text{ mm}^2 = 0,6 \cdot 10^4 \text{ mm}^2$$

$$A_G = \frac{\pi}{4} (450^2 - 390^2) \text{ mm}^2 = 3,96 \cdot 10^4 \text{ mm}^2$$

Mit diesen Größen kann die Spieländerung ΔP_s berechnet werden:

$$\Delta P_s = 0,052 \text{ mm} = 52 \text{ }\mu\text{m}$$

Die Spieländerung ΔP_s ist stark abhängig von den vorhandenen und angenommenen Temperaturdifferenzen. So wird zum Beispiel

$$\text{bei } \Delta\vartheta_G = 10 \text{ }^\circ\text{C} \quad \Rightarrow \Delta P_s = 68 \text{ }\mu\text{m}$$

$$\text{bei } \Delta\vartheta_G = 5 \text{ }^\circ\text{C} \quad \Rightarrow \Delta P_s = 85 \text{ }\mu\text{m}$$

Hier soll mit $\Delta P_s = 52 \text{ }\mu\text{m}$ weitergerechnet werden.

Einbauspil P_{sE} :

$$P_{sE} = P_{sB} + \Delta P_s = 418 \mu\text{m} + 52 \mu\text{m} = 470 \mu\text{m}$$

Mittleres Einbauspil $P_{sE \text{ mittel}}$: Es lassen sich mehrere Spieltoleranzfelder zusammenstellen. Bei der Auswahl muss versucht werden, mit dem mittleren Einbauspil $P_{sE \text{ mittel}}$ möglichst nahe an das berechnete Einbauspil heranzukommen. So ergibt sich beispielsweise für das Spieltoleranzfeld H9/d9 mit den Abmaßen nach Tabelle 4 und der Rechnung nach 1.4.1

$$P_{sE \text{ gr}} = ES - ei \quad ES = +140 \mu\text{m} \quad es = -210 \mu\text{m}$$

$$P_{sE \text{ kl}} = EI - es \quad EI = 0 \quad ei = -350 \mu\text{m}$$

$$P_{sE \text{ gr}} = 140 \mu\text{m} - (-350 \mu\text{m}) = 490 \mu\text{m}$$

$$P_{sE \text{ kl}} = 0 - (-210 \mu\text{m}) = 210 \mu\text{m}$$

Das mittlere Einbauspil wird damit für die Passung H9/d9:

$$P_{sE \text{ mittel}} = \frac{P_{sE \text{ gr}} + P_{sE \text{ kl}}}{2} = \frac{(490 + 210) \mu\text{m}}{2} = 350 \mu\text{m} < P_{sE} = 470 \mu\text{m}$$

Die Passung H11/d9 in Tabelle 5 führt im Gegensatz zu H9/d9 zu einem mittleren Einbauspil, das dicht beim Einbauspil $P_{sE} = 470 \mu\text{m}$ liegt:

$$P_{sE \text{ gr}} = 710 \mu\text{m}$$

$$P_{sE \text{ kl}} = 210 \mu\text{m}$$

$$P_{sE \text{ mittel}} = \frac{(710 + 210) \mu\text{m}}{2} = 460 \mu\text{m} = P_{sE} = 470 \mu\text{m}$$

Mit diesem mittleren Einbauspiel soll die Rechnung nach Tabelle 22 weitergeführt werden. Mittleres relatives Einbauspiel $\psi_{E \text{ mittel}}$:

$$\psi_{E \text{ mittel}} = \frac{P_{sE \text{ mittel}}}{d} = \frac{0,460 \text{ mm}}{380 \text{ mm}} = 1,2 \cdot 10^{-3}$$

Dieser Wert liegt an der oberen Grenze der in Tabelle 22 angegebenen Richtwerte für das Lagermetall Lg Pb Sn.

Betriebsspiele P_{sE} :

$$P_{sE \text{ gr}} = 710 \mu\text{m} - 52 \mu\text{m} = 658 \mu\text{m}$$

$$P_{sE \text{ kl}} = 210 \mu\text{m} - 52 \mu\text{m} = 158 \mu\text{m}$$

Messbares Einbauspiel $P_{sE \text{ mess}}$: Mit den angenommenen Rautiefen $R_{tW} = R_{tL} = 8 \mu\text{m}$ für feingedrehte Oberflächen nach Tabelle 22 wird

$$P_{sE \text{ mess gr}} = (710 - 16) \mu\text{m} = 694 \mu\text{m}$$

$$P_{sE \text{ mess kl}} = (210 - 16) \mu\text{m} = 194 \mu\text{m}$$

Relatives Betriebsspiel ψ_B :

$$\psi_{B \text{ gr}} = \frac{1}{d} [P_{sE \text{ mess gr}} - \Delta P_s + (R_{tW} + R_{tL})]$$

$$\psi_{B \text{ gr}} = \frac{1}{380 \text{ mm}} [0,710 \text{ mm} - 0,052 \text{ mm} + 0,016 \text{ mm}] = 1,8 \cdot 10^{-3}$$

$$\psi_{B \text{ kl}} = \frac{1}{d} [P_{sE \text{ mess kl}} - \Delta P_s + (R_{tW} + R_{tL})]$$

$$\psi_{B \text{ kl}} = \frac{1}{380 \text{ mm}} [0,194 \text{ mm} - 0,052 \text{ mm} + 0,016 \text{ mm}] = 0,4 \cdot 10^{-3}$$

Mit den angenommenen Rautiefen ist auch die Bedingung nach 13.3.4.19 erfüllt:

$$h_0 \geq R_{tW} + R_{tL}$$

$$58 \mu\text{m} > 16 \mu\text{m}$$

53. Proračun hidrostatskog aksijalnog ležaja (tanjurasti ležaj)

[Haberhauer, 2011, s. 319÷320]

1. Beispiel: Hydrostatisches Axiallager (Tellerlager)

Gegeben: $F = 800\,000\text{ N}$; $n = 300\text{ min}^{-1}$, d.h. $\omega = 31,4\text{ s}^{-1}$. Angenommen werden

$$h = \frac{35}{1000}\text{ mm} = 35 \cdot 10^{-6}\text{ m}$$

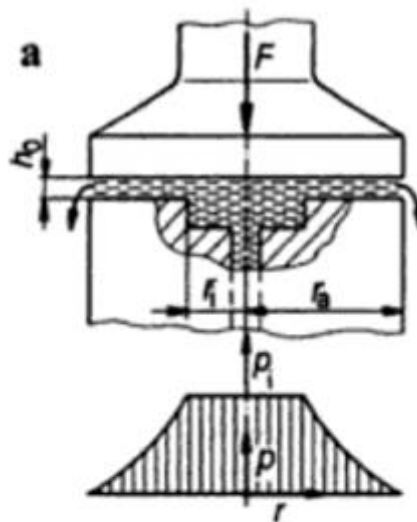
und

$$\eta = 0,04\text{ Ns/m}^2,$$

d.h. nach Abb. 4.17 Ölsorte AN 46 bei $t_a = 40\text{ }^\circ\text{C}$.

$$\text{Aus } So_{\max}^* = \frac{F h^2}{\eta \omega r_a^4} = 2,35 \text{ folgt dann}$$

$$r_a^4 = \frac{F h^2}{2,35 \eta \omega} = \frac{8 \cdot 10^5\text{ N} \cdot 3,5^2 \cdot 10^{-12}\text{ m}^2}{2,35 \cdot 0,04 \frac{\text{Ns}}{\text{m}^2} \cdot 31,4 \frac{1}{\text{s}}} = 3,32 \cdot 10^{-4}\text{ m} ; \underline{r_a = 0,135\text{ m}}$$



h_0 = Schmierpaltdicke
 p_i = Innendruck
 r_i = Innenradius der Gleitfläche
 r_a = Außenradius der Gleitfläche

a Tellerlager (am Wellenende)

Rješenje

Gewählt werden $r_a = 136$ mm und $r_i = 68$ mm. Aus Gl. (4.23) ergibt sich damit der erforderliche Öldruck

$$p_e = \frac{2 F \ln \frac{r_a}{r_i}}{\pi (r_a^2 - r_i^2)} = \frac{2 \cdot 8 \cdot 10^5 \text{ N} \cdot \ln 2}{\pi (0,0185^2 - 0,046^2) \text{ m}^2} = 254 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2 = \underline{254 \text{ bar}}$$

und aus Gl. 4.24 der erforderliche Ölvolumenstrom

$$\dot{V} = \frac{F h^3}{3 \eta (r_a^2 - r_i^2)} = \frac{8 \cdot 10^5 \text{ N} \cdot 35^3 \cdot 10^{-18} \text{ m}^3}{3 \cdot 0,04 \frac{\text{Ns}}{\text{m}^2} \cdot 0,0139 \text{ m}^2} = 20,6 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3/\text{s}.$$

Die Pumpenleistung wird also

$$P_p = \dot{V} p_e = 20,6 \cdot 10^{-6} \frac{\text{m}^3}{\text{s}} \cdot 254 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = 523 \frac{\text{Nm}}{\text{s}} = \underline{0,52 \text{ kW}}$$

Gl. 4.26 liefert das Reibungsmoment

$$\begin{aligned} T_R &= \frac{\pi \eta \omega}{2 h} (r_a^4 - r_i^4) \\ &= \frac{\pi}{2} \frac{0,04 \frac{\text{Ns}}{\text{m}^2} \cdot 31,4 \frac{1}{\text{s}}}{35 \cdot 10^{-6} \text{ m}} \frac{1}{10^4} (1,36^4 - 0,68^4) \text{ m}^4 = 18,1 \text{ Nm}. \end{aligned}$$

Die Reibungsleistung beträgt demnach

$$P_R = T_R \omega = 18,1 \text{ Nm} \cdot 31,4 \text{ 1/s} = 568 \text{ Nm/s} = \underline{0,57 \text{ kW}}.$$

$$\begin{aligned} \text{Kontrolle: } P_{\text{ges}} &= 1,25 F h \omega = 1,25 \cdot 8 \cdot 10^5 \text{ N} \cdot 35 \cdot 10^{-6} \text{ m} \cdot 31,4 \text{ 1/s} \\ &= 1100 \text{ Nm/s} = \underline{1,10 \text{ kW}}. \end{aligned}$$

Würde die Reibungswärme nur durch das Öl abgeführt, so müßte dieses [nach Gl. (4.21)] um

$$t_a - t_e = \frac{P_R}{c_p \rho \dot{V}} = \frac{568 \text{ Nm/s} \cdot 10^6}{1670 \cdot 10^3 \frac{\text{N}}{\text{m}^2 \text{ K}} \cdot 20,6 \text{ m}^3/\text{s}} = 17 \text{ K}$$

abgekühlt werden; die Eintrittstemperatur müßte also $t_e = 40^\circ\text{C} - 17^\circ\text{C} = 23^\circ\text{C}$ betragen.

54. Proračun hidrostatskog aksijalnog ležaja (ležaj s prstenastom komorom)

[Haberhauer, 2011, s. 322÷323]

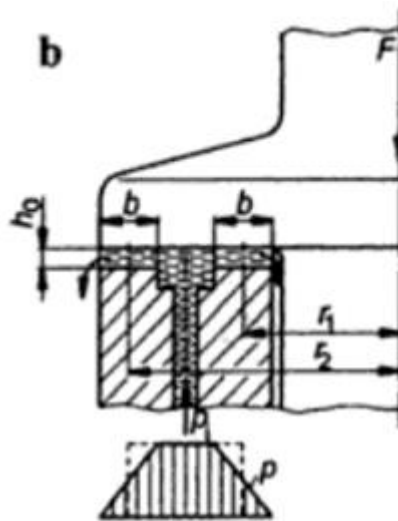
2. Beispiel: Hydrostatisches Axiallager (Ringkammerlager)

Gegeben: $F = 800\,000\text{ N}$; $n = 300\text{ min}^{-1}$, d.h. $\omega = 31,4\text{ s}^{-1}$.

Für h und η seien die gleichen Werte wie im letzten Beispiel gewählt:
 $h = 35 \cdot 10^{-6}\text{ m}$; $\eta = 0,04\text{ Ns/m}^2$; ($t = 40^\circ\text{C}$). Der Wellendurchmesser sei zu
 280 mm gegeben, so daß ein Vorentwurf als brauchbare Werte $r_1 = 170\text{ mm}$
 und $b = 20\text{ mm}$ liefert.

Angenommen

$\frac{r_1}{r_2} = 0,5$	0,6	0,7	0,8
$r_2 = 340\text{ mm}$	284 mm	243 mm	212 mm



- b = Spaltflächenbreite
- r_1 = Mittenradius der inneren Spaltfläche
- r_2 = Mittenradius der äußeren Spaltfläche

Ringkammerlager – prolazno vratilo

Rješenje

Nach Gl. (4.28 a) wird

$$So^* = 1,0 \quad 1,7 \quad 2,73 \quad 4,11.$$

Diese Werte sind gestrichelt in Abb.22 eingetragen; der Schnittpunkt mit der So^* -Kurve liegt bei $(r_1/r_2)_{\text{Optimum}} = 0,78$, also wird $r_2 = 170 \text{ mm}/0,78 = 218 \text{ mm}$.

Es ergibt sich also

$$r_i = r_1 - \frac{b}{2} = 170 \text{ mm} - 10 \text{ mm} = 160 \text{ mm},$$

$$r_a = r_2 - \frac{b}{2} = 218 \text{ mm} + 10 \text{ mm} = 228 \text{ mm}.$$

aus Gl. (4.23 a)

$$p_e = \frac{F}{\pi(r_2^2 - r_1^2)} = \frac{8 \cdot 10^5 \text{ N}}{\pi(0,218^2 - 0,170^2) \text{ m}^2} = 137 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2 = \underline{137 \text{ bar}},$$

aus Gl. (4.24 a)

$$\dot{V} = \frac{F h^3}{6 \pi b (r_2 - r_1)} = \frac{8 \cdot 10^5 \text{ N} \cdot 35^3 \cdot 10^{-18} \text{ m}^3}{6 \cdot 0,04 \frac{\text{Ns}}{\text{m}^2} \cdot 0,020 \text{ m} \cdot 0,048 \text{ m}} = \underline{149 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3/\text{s}},$$

aus Gl. (4.25 a)

$$P_p = \dot{V} p_e = 149 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3/\text{s} \cdot 137 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2 = 2040 \text{ Nm/s} = \underline{2,04 \text{ kW}};$$

aus Gl. (4.26 a)

$$T_R = 2 \pi b \frac{\eta \omega}{h} (r_2^3 + r_1^3) \\ = 2 \pi \cdot 0,02 \text{ m} \frac{0,04 \frac{\text{Ns}}{\text{m}^2} \cdot 31,4 \frac{1}{\text{s}}}{35 \cdot 10^{-6} \text{ m}} \cdot (0,218^3 - 0,170^3) \text{ m}^3 = 68,9 \text{ Nm},$$

aus Gl. (4.27 a)

$$P_R = T_R \omega = 68,9 \text{ Nm} \cdot 31,4/\text{s} = 2160 \text{ Nm/s} = \underline{2,16 \text{ kW}},$$

$$\underline{P_{\text{ges}}} = P_p + P_R = \underline{4,20 \text{ kW}}.$$

Die erforderliche Ölkühlung wird aus Gl. (4.21) ermittelt:

$$t_a - t_e = \frac{P_R}{c_p \rho \dot{V}} = \frac{2160 \text{ Nm/s}}{1670 \cdot 10^3 \frac{\text{N}}{\text{m}^2 \text{ K}} \cdot \frac{149 \text{ m}^3}{10^6 \text{ s}}} \approx 9 \text{ K}; t_e = 40^\circ\text{C} - 9^\circ\text{C} = 31^\circ\text{C}.$$

Auch hier ist $P_p \approx P_R = 0,5 P_{\text{ges}}$. Ein Vergleich mit dem letzten Beispiel zeigt jedoch, daß der Leistungsaufwand rund 4 mal so groß ist.

55. Proračun hidrodinamičkog aksijalnog ležaja (segmentni ležaj)

[Haberhauer, 2011, s. 328]

Zadano

Gegeben: $F = 800\,000\text{ N}$ und $n = 300\text{ min}^{-1}$ bzw. $\omega = 3,14\text{ s}^{-1}$. Zu Vergleichszwecken sei wie in den letzten beiden Beispielen $h_0 = 35 \cdot 10^{-6}$ und $\eta = 0,04\text{ Ns/m}^2$. Nach Gl. (4.37) wird r_i für verschiedene Segmente z berechnet.

$z =$	6	7	8	9	10
$r_i =$	139 mm	165 mm	189 mm	210 mm	230 mm

Rješenje

Aus konstruktiven Gründen erscheint als geeignet; $z = 8$ und $r_i = 190\text{ mm}$. Damit können die restlichen geometrischen Größen berechnet werden:

$$r_a = r_i \frac{z + 0,8\pi}{z - 0,8\pi} = 190\text{ mm} \cdot \frac{10,5}{5,5} = 364\text{ mm},$$

$$r_m = \frac{r_a + r_i}{2} = 277\text{ mm} \quad \text{und} \quad b = l = r_a - r_i = 174\text{ mm}.$$

Nachrechnung der Belastungskennzahl:

Mit

$$\bar{p} = \frac{F}{A} = \frac{F}{zbl} = \frac{8 \cdot 10^5\text{ N}}{8 \cdot 0,174\text{ m} \cdot 0,174\text{ m}} = 33,0 \cdot 10^5\text{ N/m}^2$$

und

$$u = r_m \omega = 0,277\text{ m} \cdot 3,14\text{ s}^{-1} = 8,70\text{ m/s}$$

wird

$$\frac{\bar{p} h_0^2}{\eta u b} = \frac{33 \cdot 10^5\text{ N/m}^2 \cdot 35^2 \cdot 10^{-12}\text{ m}^2}{0,04\text{ Ns/m}^2 \cdot 8,7\text{ m/s} \cdot 0,174\text{ m}} = 0,067$$

(etwas kleiner als 0,069, d.h. h_0 wird etwas größer als angenommen). Der Reibbeiwert wird nach Gl. (4.34)

$$\mu = 3 \cdot \sqrt{\frac{\eta u}{\bar{p} b}} = 3 \cdot \sqrt{\frac{0,04\text{ Ns/m}^2 \cdot 8,7\text{ m/s}}{33 \cdot 10^5\text{ N/m}^2 \cdot 0,174\text{ m}}} = 0,0023.$$

Die Reibleistung

$$P_R = F \mu u = 8 \cdot 10^5\text{ N} \cdot 0,0023 \cdot 8,7\text{ m/s} = 16\,000\text{ Nm/s} = \underline{16\text{ kW}}.$$

Der Ölvolumenstrom

$$\dot{V} = z \cdot 0,7 \cdot b u h_0 = 8 \cdot 0,7 \cdot 0,174\text{ m} \cdot 8,7\text{ m/s} \cdot 35 \cdot 10^{-6}\text{ m} = 297 \cdot 10^{-6}\text{ m}^3/\text{s}.$$

56. Proračun hidrodinamičkog radijalnog ležaja

[Haberhauer, 2011, s. 337-338]

Ringschmierlager nach DIN 118 Form G (gedrängte Bauart, Abb. 4.45 d).

Gegeben: $F = 25\,000\text{ N}$; $n = 350\text{ min}^{-1}$, d.h. $\omega = \pi n/30 = 36,6\text{ s}^{-1}$.

Rješenje

Gewählt: $b/d = 1$; aus $\bar{p}_{zul} = 25 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$ folgt $\bar{p} = \frac{F}{bd} = \frac{F}{d^2}$, also

$$d = \sqrt{\frac{F}{\bar{p}_{zul}}} = \sqrt{\frac{25 \cdot 10^3 \text{ N}}{25 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2}} = 0,1 \text{ m}; \quad b = d = 100 \text{ mm},$$

$$u = \frac{d}{2} \omega = 0,05 \text{ m} \cdot 36,6/\text{s} = 1,83 \text{ m/s},$$

d. h. nach Abb. 4.36: $\psi = 0,7/1000 \dots 1,15/1000$; gewählt $\psi = 1/1000$.

Angenommen:	$t' [^\circ\text{C}]$	40	50	60
Viskosität:	$\eta [\text{Ns/m}^2]$	0,046	0,029	0,019
Nach Gl. (4.40) $So = \frac{\bar{p} \psi^2}{\eta \omega}$	So	1,48	2,35	3,58
Aus Abb. 4.33 folgt	δ	0,36	0,265	0,194
Nach Gl. (4.38) $h_0 = \frac{d}{2} \psi \delta$	$h_0 [\text{mm}]$	18/1000	13,3/1000	9,7/1000
Nach Gl. (4.41 a) $\mu = \psi \frac{3}{\sqrt{So}}$	μ	0,00246	0,00196	0,00159
Nach Gl. (4.42) $P_R = \mu F v$	$P_R [\text{Nm/s}]$	113	90	73

$$A = 5,5 \pi d b = 5,5 \pi \cdot 0,1 \text{ m} \cdot 0,1 \text{ m} = 0,17 \text{ m}^2,$$

$$\alpha = 7 + 12 \sqrt{w} = 7 + 12 \sqrt{1,5} = 22 \text{ Nm}/(\text{s m}^2 \text{ K}),$$

$$\alpha A = 22 \frac{\text{Nm}}{\text{s m}^2 \text{ K}} \cdot 0,17 \text{ m}^2 = 3,74 \frac{\text{Nm}}{\text{s K}}.$$

Nach Gl. (4.20) $(t - t_u) = \frac{P_R}{\alpha A} (t - t_u) [\text{K}]$	30,2	24,1	19,5	
mit $t_u = 20^\circ\text{C}$ also	$t [^\circ\text{C}]$	50,2	44,1	39,5

Aus Abb. 4.37 folgt $t = 46^\circ\text{C}$; die Nachrechnung mit diesem Wert liefert:

$$\eta = 0,034 \text{ Ns/m}^2; \quad So = 2,01; \quad \delta = 0,296; \quad h_0 = 14,8/1000 \text{ mm};$$

$$\mu = 0,0021 \quad \text{und} \quad P_R = 97 \text{ Nm/s}.$$

Aus Abb. 4.35 ergibt sich bei $\delta = 0,296$ und $b/d = 1$

$$\begin{aligned} \frac{\dot{V}}{d^3 \psi \omega} &= 0,136; \quad \dot{V} = 0,136 d^3 \psi \omega = 0,136 \cdot (0,1 \text{ m})^3 \frac{1}{1000} \cdot 36,6/\text{s} \\ &= 5 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3/\text{s}. \end{aligned}$$

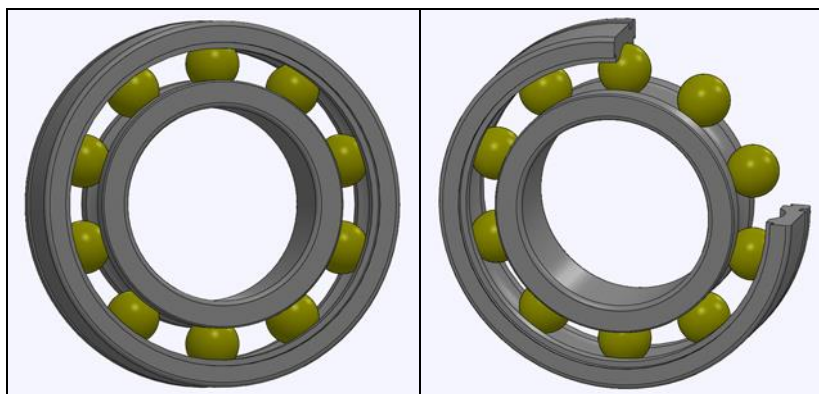
Wie die Erfahrung an ausgeführten Lagern zeigt, kann diese Ölmenge von einem losen Schmierring gefördert werden.

1.11.2 Valjni ležajevi

57. Valjni ležaj – 1. primjer, vijek trajanja ležaja

[##Böge, 2011, s. 721]

Kuglični ležaj 6209, prikazan na slici, odabran je kao fiksni ležaj vratila s postavljenim stožnikom.



izvor: e-kataloga tvrtke **SKF**, D

Zadano

- promjer vratila: $d = 45$ mm
- broj okretaja: $n = 260$ °/min
- sila radijalnog opterećenja: $F_r = 2\,200$ N
- sila aksijalnog opterećenja: $F_a = 1\,400$ N
- radna temperatura: $\vartheta < 150$ °C

Traži se

Provjeriti dostiže li vijek trajanja ležaja zahtijevanu vrijednost $L_h \geq 20\,000$ h.

Rješenje

Za kuglični ležaj 6209 nalazi se podaci u Tabelle 9 [Böge, 2011, s. 727]:

Ležaj	d , mm	D , mm	B , mm	C , kN	C_o , kN
6209	45	85	19	32,5	17,6

Na WEB portalu tvrtke **SKF** nalazi se stranica:

<http://www.skf.com/de/products/bearings-units-housings/ball-bearings/deep-groove-ball-bearings/single-row-with-a-snap-ring-groove/index.html?prodid=1050310209>

s podacima za ležaj

Ležaj	d , mm	D , mm	B , mm	C , kN	C_o , kN
6209 N	45	85	19	35,1	21,6

(sa stranice je moguće i pokretanje kalkulatora ležaja – Bearing Calculator)

Za kuglični ležaj 6209, izračunava se omjer:

$$\frac{F_a}{C_0} = \frac{1,4 \cdot \text{kN}}{17,6 \cdot \text{kN}} = 0,0795$$

te se u Tabelle 2 [Böge, 2011, s. 718] nalazi vrijednost:

- $e = 0,27$

Za slučaj:

$$\frac{F_a}{F_r} = \frac{1,4}{2,2} = 0,64 > 0,27 = e$$

nalaze se u Tabelle 2 [Böge, 2011, s. 718] vrijednosti:

- radijalni koeficijent: $X = 0,56$
- aksijalni koeficijent: $Y = 1,6$

Koristeći jednadžbu (2) [Böge, 2011, s. 717] izračunava se dinamičko ekvivalentno opterećenje ležaja (P):

$$P = X \cdot F_r + Y \cdot F_a = 0,56 \cdot 2,2 \cdot \text{kN} + 1,6 \cdot 1,4 \cdot \text{kN} = (1,23 + 2,24) \cdot \text{kN}$$

$$P = 3,47 \text{ kN}$$

Pomoću on-line **SKF** kalkulatora dobiva se:

$$P = 3,48 \text{ kN}$$

Dinamička karakteristika vijeka trajanja izračunava se iz jednadžbe (4) [Böge, 2011, s. 717]:

$$f_L = \frac{C}{P} \cdot f_n \cdot f_t$$

U Tabelle 7 [Böge, 2011, s. 725] nalazi se:

- za: $n = 260 \text{ }^\circ/\text{min} \Rightarrow$ faktor broja okretaja: $f_n = 0,504$

a u Tabelle 1 [Böge, 2011, s. 717] nalazi se:

- za: $\vartheta < 150 \text{ }^\circ\text{C} \Rightarrow$ faktor temperature: $f_t = 1$.

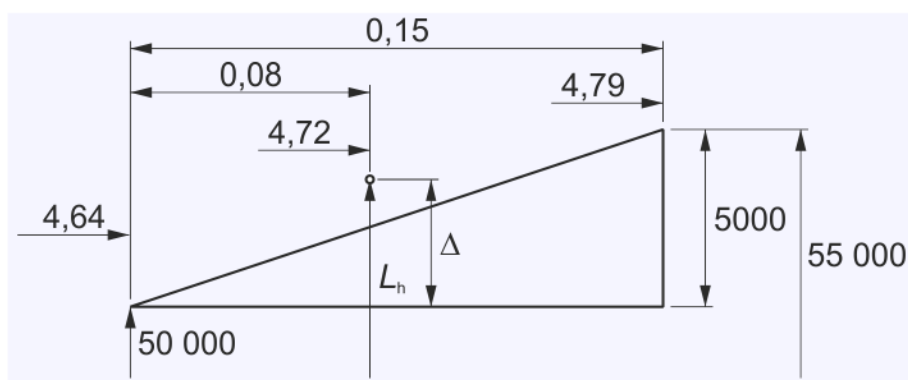
Prema tome:

$$f_L = \frac{32,5 \cdot \text{kN}}{3,47 \cdot \text{kN}} \cdot 0,504 \cdot 1 = 4,72$$

U Tabelle 7 [Böge, 2011, s. 725] nalazi se:

$L_h, \text{ h}$	f_n
50 000	4,64
55 000	4,79

Postavljeni zahtjev $L_h \geq 20 \text{ } 000 \text{ h}$ je ispunjen, a za točniju procjenu potrebna je interpolacija.



$$5000 : \Delta = 0,015 : 0,08$$

$$\Delta = \frac{5000 \cdot 0,08}{0,15} = 2670 \approx 3000$$

$$L_h = 50000 + \Delta = 50000 + 3000$$

$$L_h = 53\,000 \text{ h}$$

Konačno se može zaključiti da je nazivni vijek trajanja ležaja u satima:

$$L_h > 20\,000 \text{ h}$$

U Böge-u [2011, s. 721] navodi se da određene vrijednosti nazivnog vijeka trajanja treba prihvatiti s rezervom jer je za pouzdaniju procjenu potrebno više podataka.

Pomoću on-line **SKF** kalkulatora se dobiva:

$$L_{10h} = 65\,800 \text{ h}$$

što značajno premašuje vrijednost određenu u Böge-u [2011, s. 721].

Sa **SKF** kalkulatorom, uz usvajanje podmazivanja uljem kinematske viskoznosti 40 cSt (pri 40 °C):

- za $\vartheta = 50 \text{ °C}$ dobiva se: $L_{10mh} > 1\,000\,000 \text{ h}$
- za $\vartheta = 120 \text{ °C}$ dobiva se: $L_{10mh} = 6\,880 \text{ h}$ (upozorenje: mazivo ulje s EP aditivom)

a uz usvajanje podmazivanja uljem kinematske viskoznosti 600 cSt (pri 40 °C):

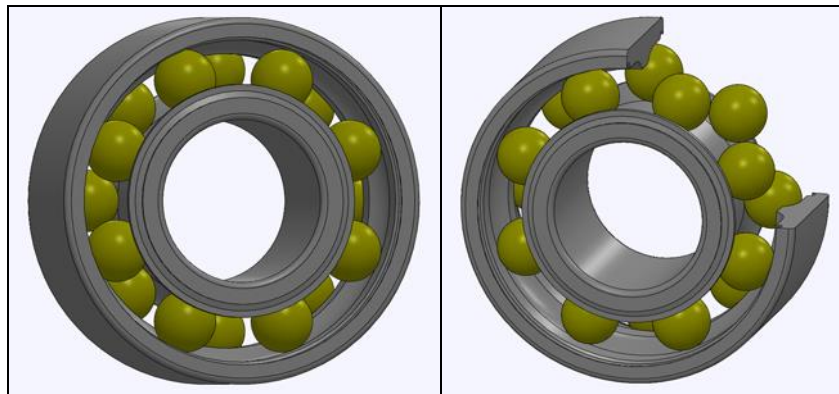
- za $\vartheta = 120 \text{ °C}$ dobiva se: $L_{10mh} = 6\,880 \text{ h}$ (bez upozorenja o EP aditivu)

U sva tri slučaja je $L_{10h} = 65\,800 \text{ h}$.

58. Valjni ležaj – 2. primjer, usvajanje ležaja

[##Böge, 2011, s. 721]

Dvoredni kuglični ležaj s kosim dodirom, prikazan na slici, odabran je kao fiksni ležaj vratila s pužnim kolom.



izvor: e-kataloga tvrtke **SKF**, D

Zadano

- broj okretaja: $n = 750 \text{ }^\circ/\text{min}$
- sila radijalnog opterećenja: $F_r = 1\,340 \text{ N}$
- sila aksijalnog opterećenja: $F_a = 4\,300 \text{ N}$
- radna temperatura: $\vartheta < 150 \text{ }^\circ\text{C}$
- vijek trajanja ležaja u satima: $L_h \geq 15\,000 \text{ h}$

Traži se

Usvojiti prikladan ležaj.

Rješenje

Na temelju Tabelle 10 [Böge, 2011, s. 729], po izboru standardne izvedbe B, s poliamidnim držačem i pritisnim kutom $\alpha = 25^\circ$, za omjer:

$$\frac{F_a}{F_r} = \frac{4,3}{1,34} = 3,21 > 0,68$$

jednadžba je izračunavanje dinamičkog ekvivalentnog opterećenja ležaja:

$$P = 0,67 \cdot F_r + 1,41 \cdot F_a = 0,67 \cdot 1,34 \cdot \text{kN} + 1,41 \cdot 4,3 \cdot \text{kN} = (0,898 + 6,063) \cdot \text{kN}$$

$$P = 6,961 \text{ kN}$$

Iz jednadžbe (4) [Böge, 2011, s. 717] za izračunavanje dinamičke karakteristike vijeka trajanja:

$$f_L = \frac{C}{P} \cdot f_n \cdot f_t$$

slijedi jednadžba za izračunavanje potrebne dinamičke nosivosti ležaja (C_{pot}):

$$C_{\text{pot}} = P \cdot \frac{f_L}{f_n \cdot f_t}$$

U Tabelle 7 [Böge, 2011, s. 725] nalazi se:

- za: $L_h > 15\,000 \text{ min} \Rightarrow$ dinamička karakteristika vijeka trajanja: $f_L > 3,11$,

- za: $n = 750 \text{ }^\circ/\text{min} \Rightarrow$ faktor broja okretaja: $f_n = 0,354$,

a u Tabelle 1 [Böge, 2011, s. 717] nalazi se:

- za: $\vartheta < 150 \text{ }^\circ\text{C} \Rightarrow$ faktor temperature: $f_t = 1$.

$$C_{\text{pot}} = 6,961 \cdot \text{kN} \cdot \frac{3,11}{0,354 \cdot 1} = 61,16 \text{ kN}$$

S izračunatom potrebnom vrijednošću dinamičke nosivosti ležaja (C_{pot}), u Tabelle 11 [Böge, 2011, s. 725] nalazi se ležaj koji ispunjava uvjet:

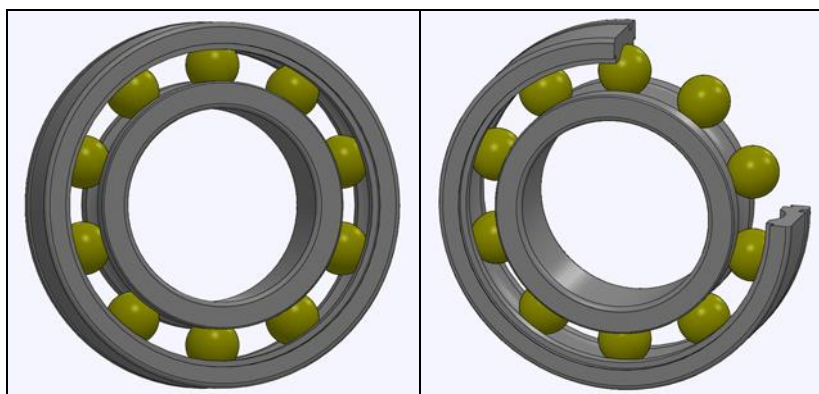
$$C = 62 \text{ kN} > C_{\text{pot}} = 61,16 \text{ kN}$$

Ležaj	d , mm	D , mm	B , mm	C , kN	C_0 , kN
3308B	40	90	36,5	62	39

59. Valjni ležaj – 3. primjer, vijek trajanja ležaja

[##Haberhauer, 2011, s. 365]

Kuglični ležaj 6214, prikazan na slici, odabran je kao fiksni ležaj vratila.



Zadano

- broj okretaja: $n = 900 \text{ }^\circ/\text{min}$
- sila radijalnog opterećenja: $F_r = 4,2 \text{ kN}$
- sila aksijalnog opterećenja: $F_a = 3,4 \text{ kN}$

Traži se

Vijek trajanja ležaja.

Rješenje

Za kuglični ležaj 6214 nalazi se u Tabelle A2.1 [Haberhauer, 2011, s. 628]:

Ležaj	d , mm	D , mm	B , mm	C , kN	C_0 , kN
6214	70	125	24	63,7	45,0

Na WEB portalu tvrtke **SKF** nalazi se stranica:

<http://www.skf.com/group/products/bearings-units-housings/ball-bearings/deep-groove-ball-bearings/single-row/index.html?prodid=1050010214>

s podacima za ležaj

Ležaj	d , mm	D , mm	B , mm	C , kN	C_0 , kN
6214 *	70	125	24	63,7	45

Za izračunate omjere:

$$\frac{F_a}{F_r} = \frac{3,4}{4,2} = 0,81 > 0,27 = e$$

$$\frac{F_a}{C_0} = \frac{3,4 \cdot \text{kN}}{45 \cdot \text{kN}} = 0,0756$$

nalaze se u Tabelle 4.7 [Haberhauer, 2011, s. 364] podaci:

Vrsta ležaja	F_a/C_0	e , 1	X , 1	Y , 1
jednoredni kuglični ležaj	0,07	0,27	0,56	1,6

Na temelju jednadžbe (4.46) [Haberhauer, 2011, s. 363] izračunava se ekvivalentno dinamičko opterećenje ležaja:

$$P = X \cdot F_r + Y \cdot F_a = 0,56 \cdot 4,2 \cdot \text{kN} + 1,6 \cdot 3,4 \cdot \text{kN} = (2,35 + 5,44) \cdot \text{kN}$$

$$P = 7,79 \text{ kN}$$

Nazivni vijek trajanja u satima se izračunava iz jednadžbe 4.48 [Haberhauer, 2011, s. 365]:

$$L_{10h} = \frac{10^6}{60 \cdot n} \cdot \left(\frac{C}{P} \right)^p$$

gdje je: p – eksponent ovisan o vrsti ležaja [Haberhauer, 2011, s. 365]:

Vrsta ležaja	p
kuglični	3
valjkasti	10/3

$$L_{10h} = \frac{10^6}{60 \cdot 900} \cdot \left(\frac{63,7}{7,79} \right)^3 = 18,5 \cdot 546,8 = 10116$$

$$L_{10h} = 10100 \text{ h}$$

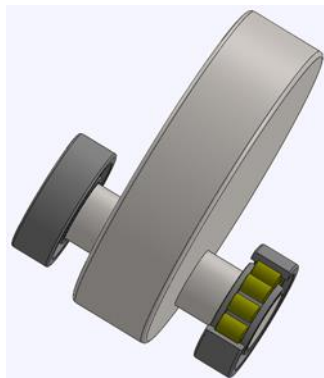
$L_{10h} = 10100 \text{ h} \Rightarrow 90 \%$ ležajeva 6214 će funkcionirati u normalnim pogonskim uvjetima najmanje 10100 sati bez pojave otkaza (10% ležajeva će za to vrijeme otkazati).

U Haberhauer-u je u Tabelle A2.1 [Haberhauer, 2011, s. 628] ispravno navedena vrijednost za $C = 63,7 \text{ kN}$ ali se pri izračunavanju [Haberhauer, 2011, s. 366] uvrštava vrijednost $C = 60,5 \text{ kN}$ te se dobiva pogrešan rezultat $L_{10h} = 8640 \text{ h}$.

60. Valjni ležaj – 4. primjer, usvajanje ležaja

[##Haberhauer, 2011, s. 366]

Vratilo ekscentra fiksirano je s dva ležaja.



Zadano

- promjer vratila: $d = 30 \text{ mm}$
- broj okretaja: $n = 1\,500 \text{ }^\circ/\text{min}$
- sila radijalnog opterećenja: $F_r = 5,5 \text{ kN}$ (po svakom ležaju – inercijala sila)
- sila aksijalnog opterećenja: $F_a = 0 \text{ kN}$
- vijek trajanja ležaja u satima: $L_{10h} = 10\,000 \text{ h}$

Traži se

Usvojiti ležaj.

Rješenje

Kako je $F_a = 0 \text{ kN}$, ekvivalentno je opterećenje ležaja:

$$P = F_r = 5,5 \text{ kN}$$

Nazivni vijek trajanja u satima se izračunava iz jednadžbe 4.48 [Haberhauer, 2011, s. 365]:

$$L_{10h} = \frac{10^6}{60 \cdot n} \cdot \left(\frac{C}{P} \right)^p$$

odakle slijedi:

$$C_{\text{pot}} = \sqrt[p]{\frac{L_{10h} \cdot 60 \cdot n}{10^6}} \cdot P$$

gdje je: p – eksponent ovisan o vrsti ležaja [Haberhauer, 2011, s. 365]:

Vrsta ležaja	p
kuglični	3
valjkasti	10/3

Prema tome, za kuglični je ležaj:

$$C_{\text{pot}} = \sqrt[3]{\frac{10000 \cdot 60 \cdot 1500}{10^6}} \cdot 5,5 \text{ kN} = 53,1 \text{ kN}$$

Međutim, u Tabelle A2.1 i A.2.2 [Haberhauer, 2011, s. 627-629] ne nalazi se kuglični ležaj s unutarnjim promjerom $d = 30$ mm dovoljno velike dinamičke nosivosti.

Za valjkasti ležaj je:

$$C_{\text{pot}} = \sqrt[10]{\frac{10000 \cdot 60 \cdot 1500}{10^6}} \cdot 5,5 \text{ kN} = \sqrt[10]{900} \cdot 5,5 \text{ kN} = (900)^{\frac{3}{10}} \cdot 5,5 \text{ kN} = 42,3 \text{ kN}$$

Najprikladniji valjkasti ležaj nalazi se u Tabelle A2.3a [Haberhauer, 2011, s. 630] sa:

Ležaj	d , mm	D , mm	B , mm	C , kN	C_o , kN
N 206	30	62	16	44	36,5

s nazivnim vijekom trajanja:

$$L_{10h} = \frac{10^6}{60 \cdot 1500} \cdot \left(\frac{44}{5,5} \right)^{\frac{10}{3}} = 11,11 \cdot 1024 \cdot h = 11377 \text{ h}$$

$$L_{10h} = 11\ 400 \text{ h}$$

Prema tome, ispunjen je zahtijevani uvjet:

$$L_{10h} > 10\ 000 \text{ h}$$

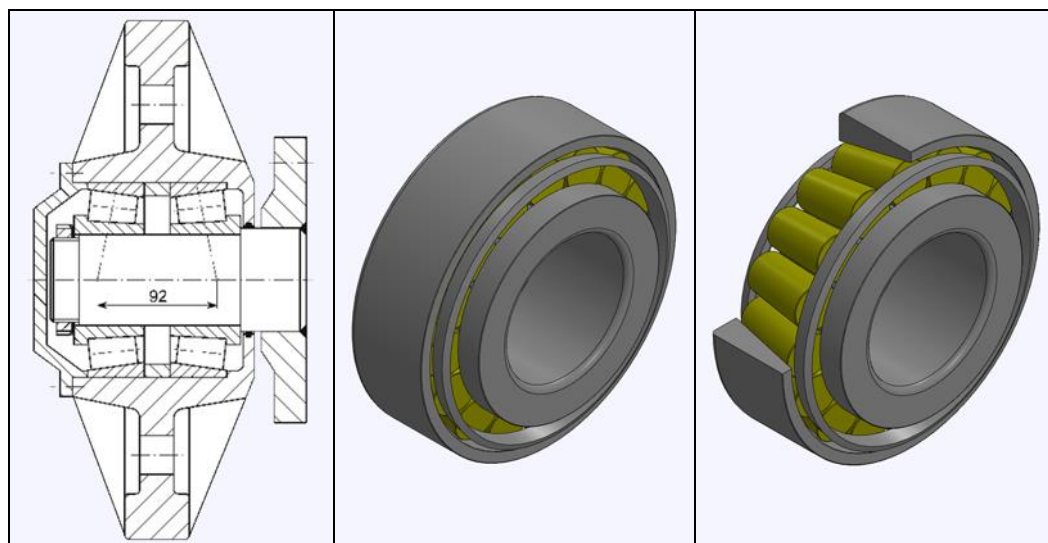
U Haberhauer-u, [2011, s. 366] je usvojen ležaj NJ 2206 iz Tabelle A2.3b, s $C = 48,4$ kN s kojim se dobiva nazivni vijek trajanja:

$$L_{10h} = \frac{10^6}{60 \cdot 1500} \cdot \left(\frac{48,4}{5,5} \right)^{\frac{10}{3}} = 11,11 \cdot 1407 \cdot h = 15632 \text{ h}$$

61. Proračun ležaja kotača

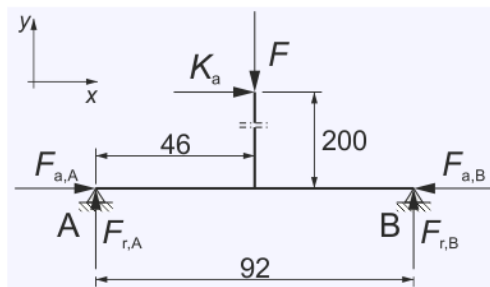
[Haberhauer, 2011, s. 371-373]

Za uležištenje vratila kotača, prikazanog na slici, odabrana su dva konično-valjkasta ležaja 32314.



Zadano

- promjer rukavca: $d = 70 \text{ mm}$
- broj okretaja: $n = 15 \text{ }^\circ/\text{min}$
- sila radijalnog opterećenja kotača: $F = 75 \text{ kN}$
- sila aksijalnog opterećenja kotača: $K_a = 30 \text{ kN}$
- dijagrama sila slobodnog tijela

**Traži se**

Vijek trajanja ležaja.

Rješenje

U Tabelle A2.4 [Haberhauer, 2011, s. 633] nalaze se podaci za ležaj 32314.

Ležaj	d , mm	D , mm	T^* , mm	C , kN	e , 1	Y^{**} , 1	Y_0^{**} , 1
32314	70	150	54	297	0,35	1,7	0,9

* T – gabaritna širina ležaja

** Y , Y_0 – karakteristike ležaja

U prvom se koraku određuje opterećenje ležajeva na temelju dijagrama sila slobodnog tijela:

$$\Sigma F_x : F_{a,A} + K_a - F_{a,B} = 0$$

$$\Sigma F_y : F_{r,A} - F + F_{r,B} = 0$$

$$\Sigma M_A : K_a \cdot 200 + F \cdot 46 - F_{r,B} \cdot 92 = 0$$

$$\Sigma F_x : F_{a,A} + 30 - F_{a,B} = 0$$

$$\Sigma F_y : F_{r,A} - 75 + F_{r,B} = 0$$

$$\Sigma M_A : 30 \cdot 200 + 75 \cdot 46 - F_{r,B} \cdot 92 = 0$$

$$\Sigma F_x : F_{a,A} - F_{a,B} = -30$$

$$\Sigma F_y : F_{r,A} + F_{r,B} = 75$$

$$\Sigma M_A : 6000 + 3450 - F_{r,B} \cdot 92 = 9450 - F_{r,B} \cdot 92 = 0$$

$$\Sigma M_A : F_{r,B} = \frac{9450}{92} = 102,7 \text{ kN}$$

$$\Sigma F_y : F_{r,A} = 75 - F_{r,B}$$

$$F_{r,A} = 27,7 \text{ kN}$$

Aksijalne sile se izračunavaju na temelju podloga sa Abb. 4.70b [Haberhauer, 2011, s. 371]:

- omjeri:

$$\frac{|F_{r,A}|}{Y_A} = \frac{27,7}{1,7} = 16,3 \quad \frac{F_{r,B}}{Y_B} = \frac{102,7}{1,7} = 60,4$$

$$0,5 \cdot \left(\frac{F_{r,B}}{Y_B} - \frac{|F_{r,A}|}{Y_A} \right) = 0,5 \cdot (60,4 - 16,3) = 22,1$$

- 1. kriterij:

$$\frac{|F_{r,A}|}{Y_A} < \frac{F_{r,B}}{Y_B}$$

- 2. kriterij:

$$K_a \geq 0,5 \cdot \left(\frac{102,7}{1,7} - \frac{27,7}{1,7} \right)$$

Prema tome, izračunavanje aksijalne sile ležaja A koristi se jednačba:

$$F_{a,A} = \frac{0,5 \cdot |F_{r,a}|}{Y_A} = \frac{0,5 \cdot 27,7}{1,7}$$

$$F_{a,A} = 8,15 \text{ kN}$$

a iz uvjeta ravnoteže ΣF_x slijedi:

$$F_{a,B} = F_{a,A} + K_a = 8,15 + 30 = 38,15$$

$$F_{a,B} = 38,15 \text{ kN}$$

Fiksni ležaj B je opterećeniji od ležaja A, te se izračunava dinamičko ekvivalentno opterećenje ležaja B na temelju jednačbe iz Tabelle 4.11 [Haberhauer, 2011, s. 370] za omjer:

$$\frac{F_{a,B}}{F_{r,B}} = \frac{38,15}{102,7} = 0,3715 > e = 0,35$$

$$P_B = 0,4 \cdot F_{r,B} + Y_B \cdot F_{a,B} = 0,4 \cdot 102,7 + 1,7 \cdot 38,15 = 41,08 + 64,86 = 105,94$$

$$P_B = 105,9 \text{ kN}$$

Nazivni vijek trajanja ležaja B se izračunava prema jednačbi (4.48) [Haberhauer, 2011, s. 365]:

$$L_{10h} = \frac{10^6}{60 \cdot n} \cdot \left(\frac{C}{P} \right)^p$$

$$L_{10h} = \frac{10^6}{60 \cdot 15} \cdot \left(\frac{297}{105,9} \right)^3 = 1111 \cdot 31,11 \cdot h = 34563 \text{ h}$$

$$L_{10h} = 34 \text{ 500 h}$$

1.12 Elastični spojevi

1.12.1 Opruge

62. Tanjurasta opruga

[Böge, 2011, s. 672-673]

Für eine dynamische Belastung mit oberer Federkraft $F_0 = 7000$ N und unterer Federkraft $F_u = 4000$ N wurde gewählt: Tellerfeder DIN 2093 – A 50 mit den Werten aus Tabelle 2:

Zadano

Außendurchmesser	$D_e = 50$ mm
Tellerdicke	$t = 3$ mm
Federkraft	$F_{0,75} = 12000$ N
Federweg	$s_{0,75} = 0,83$ mm
Innendurchmesser	$D_i = 25,4$ mm
lichte Tellerhöhe	$h_0 = 1,1$ mm
rechn. Druckspg.	$\sigma_{0M} = -1250$ /mm ²
größte rechn. Zugspg.	$\sigma_{II} = 1430$ N/mm ²
Länge	$l_0 = 4,1$ mm

Odrediti

- maximaler Federweg s_0
- obere und untere rechnerische Spannung in den gefährdeten Querschnitten nach Bild 11
- Schwing-Festigkeitsnachweis für $N = 10^5$ Lastspiele.

Rješenje

a) Mit dem Durchmesser Verhältnis

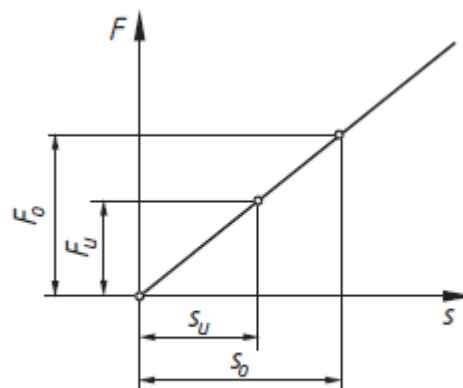
$$\delta = \frac{D_e}{D_i} = \frac{50 \text{ mm}}{25,4 \text{ mm}} = 1,9685$$

werden zuerst die Kennwerte K_1, K_2, K_3, K_4 mit den Gleichungen (44) bis (47) berechnet:

$K_1 = 0,688; K_2 = 1,213; K_3 = 1,366; K_4 = 1$ (Teller ohne Auflagefläche).

Für die bis zur Plananlage durchgedrückte Tellerfeder ist der Federweg s_C gleich der lichten Höhe h_0 am unbelasteten Einzelteller: $s_C = h_0 = 1,1 \text{ mm}$.

Damit kann die Federkraft F_C für die platt gedrückte Tellerfeder nach (51) berechnet werden: $F_C = 15\,640 \text{ N}$.



Linearer Kennlinienverlauf

Mit den beiden Größen F_C und s_C lässt sich bei Annahme eines linearen Kennlinienverlaufs das Federdiagramm zeichnen. Das Diagramm zeigt die Proportion $F_C/F_0 = s_C/s_0$. Damit und mit der gegebenen oberen und unteren Federkraft $F_0 = 7\,000 \text{ N}$ und $F_u = 4\,000 \text{ N}$ lassen sich die zugehörigen Federwege berechnen:

$$s_0 = s_C \cdot \frac{F_o}{F_C} = 1,1 \text{ mm} \cdot \frac{7\,000 \text{ N}}{15\,640 \text{ N}} = 0,492 \text{ mm}$$

$$s_u = s_C \cdot \frac{F_u}{F_C} = 1,1 \text{ mm} \cdot \frac{4\,000 \text{ N}}{15\,640 \text{ N}} = 0,281 \text{ mm}$$

Zu annähernd gleichen Federwegbeträgen muss die Rechnung führen, wenn anstelle der berechneten Federkraft F_C und dem Federweg s_C die Federkraft $F_{0,75}$ bei $s_{0,75}$ nach Tabelle 2 eingesetzt wird:

$$s_0 = s_{0,75} \cdot \frac{F_o}{F_{0,75}} = 0,83 \text{ mm} \cdot \frac{7\,000 \text{ N}}{12\,000 \text{ N}} = 0,484 \text{ mm}$$

$$s_u = s_{0,75} \cdot \frac{F_u}{F_{0,75}} = 0,83 \text{ mm} \cdot \frac{4\,000 \text{ N}}{12\,000 \text{ N}} = 0,25 \text{ mm}$$

Die Rechnung ergibt den maximalen Federweg;

$$s_0 = 0,492 \text{ mm} < s_{0,75} = 0,75 \cdot h_o = 0,75 \cdot 1,1 \text{ mm} = 0,825 \text{ mm}.$$

b) Mit den berechneten Federwegen s_0 , s_u lassen sich die Spannungen in den gefährdeten Querschnitten ermitteln.

Die Prüfung im Querschnitt I ist nicht erforderlich, weil

$$s_0 = 0,492 \text{ mm} < s_{0,75} = 0,75 \cdot h_o = 0,75 \cdot 1,1 \text{ mm} = 0,825 \text{ mm} \text{ ist.}$$

Die Rechnung für die Querschnitte II und III ergibt mit den Gleichungen (54) und (55) die Zugspannungen:

$$\sigma_{IIo} = 794 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{IIu} = 435 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{IIIo} = 710 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{IIIu} = 418 \text{ N/mm}^2$$

c) Die im Schwingenspiel auftretende Hubspannung σ_{hII} im Querschnitt II beträgt

$\sigma_{hII} = \sigma_{IIo} - \sigma_{IIu} = (794 - 435) \text{ N/mm}^2 = 359 \text{ N/mm}^2$. Aus dem Dauerfestigkeitsdiagramm für Tellerfedern der Gruppe 2 kann mit der vorhandenen Unterspannung $\sigma_{IIu} = 435 \text{ N/mm}^2$ die zulässige Oberspannung $\sigma_{o,zul} = 1\,160 \text{ N/mm}^2$ abgelesen werden. Die Hubfestigkeit ist dann

$$\sigma_H = \sigma_{o,zul} - \sigma_{IIu} = (1\,160 - 435) \text{ N/mm}^2 = 725 \text{ N/mm}^2.$$

Die vorhandene Hubspannung ist mit $\sigma_{hII} = 359 \text{ N/mm}^2$ wesentlich kleiner als die Hubfestigkeit $\sigma_H = 725 \text{ N/mm}^2$ der Tellerfeder; der Dauerfestigkeitsnachweis ist erbracht.

63. Cilindrična zavojna opruga

[Böge, 2011, s. 679-680]

Es ist eine zylindrische Schrauben-Druckfeder (Ventilfeder) mit unbegrenzter Lebensdauer aus ölovergütetem, gestrahltem Ventilfederdraht nach DIN EN 10270 für die Federkräfte

$F_1 = 350 \text{ N}$, $F_2 = 700 \text{ N}$ bei einem Hub $h \triangleq \Delta f = 12 \text{ mm}$ zu berechnen. Der innere Windungsdurchmesser D_1 darf 20 mm nicht unterschreiten.

Rješenje

Berechnung auf Dauerfestigkeit, Belastung: allgemein dynamisch, schwelend. Bei der Betrachtung des Dauerfestigkeitsdiagramms Bild 27 stellt man fest, dass die ertragbare Hubspannung τ_{kh} nahezu konstant und von der Vorspannung $\tau_{k1} \triangleq \tau_{kv}$ fast unabhängig ist. $\tau_{kh} = 500 \text{ N/mm}^2$, gewählt: $\tau_{kh \text{ zul}} = 325 \text{ N/mm}^2$, die Wahl des Wickelverhältnisses w ist für die Größe der Spannungserhöhung an der Innenseite durch dem Faktor k entscheidend;

$$w = D_m / d = 6 \triangleq k = 1,27 \text{ nach Bild 24.}$$

Mit diesen Voraussetzungen lässt sich der Drahtdurchmesser d nach den Gleichungen (72) und (73) wie folgt berechnen:

$$\text{Aus } \tau_k = k \frac{F D_m}{0,4 d^3} \text{ wird } \tau_{kh} = k \frac{\Delta F D_m}{0,4 d^3} = k \frac{\Delta F 6 d}{0,4 d^3} \leq \tau_{kh \text{ zul}}$$

$$d = \sqrt[3]{1,27 \frac{(700 \text{ N} - 350 \text{ N}) \cdot 6}{0,4 \cdot 325 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}} = 4,53 \text{ mm, gewählt: } d = 4,5 \text{ mm}$$

$$D_m = 6 d = 6 \cdot 4,5 \text{ mm} = 27 \text{ mm}, D_i = D_m - d = 27 \text{ mm} - 4,5 \text{ mm}$$

$$D_m = 22,5 \text{ mm}$$

Überprüfung auf Dauerhaltbarkeit:

$$\tau_{k1} = 1,27 \frac{350 \text{ N} \cdot 27 \text{ mm}}{0,4 \cdot 4,5^3 \text{ mm}^3} = 329,3 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$\tau_{k2} = \tau_{k1} \cdot \frac{F_2}{F_1} = 329,3 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \frac{700 \text{ N}}{350 \text{ N}} = 658,6 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$\tau_{kh} = \tau_{k2} - \tau_{k1} = 658,6 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} - 329,3 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 329,3 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

nach Bild 27 liegen alle Werte im zulässigen Bereich.

Festlegung der Federsteifigkeit c , der fedemden Windungen i_f und der Gesamtwindungszahl i_g .

Nach Gleichung (75) ist:

$$c = \frac{\Delta F}{\Delta f} = \frac{G d^4}{8 D_m^3 i_f}$$

$$c = \frac{F_2 - F_1}{\Delta f} = \frac{700 \text{ N} - 350 \text{ N}}{12 \text{ mm}} = 29,17 \frac{\text{N}}{\text{mm}}$$

$$c i_f = \frac{G d^4}{8 D_m^3} = \frac{83\,000 \cdot 4,5^4 \text{ mm}^4}{8 \cdot 27^3 \text{ mm}^3} = 216,2 \frac{\text{N}}{\text{mm}}$$

$$i_f = \frac{216,2 \frac{\text{N}}{\text{mm}}}{29,17 \frac{\text{N}}{\text{mm}}} = 7,4$$

gewählt: $i_f = 7,5$ und damit $i_g = i_f + 2 = 7,5 + 2 = 9,5$ Windungen nach Gleichung (61).

$$c_{\text{vorh}} = \frac{216,2 \frac{\text{N}}{\text{mm}}}{7,5} = 28,83 \frac{\text{N}}{\text{mm}}$$

die endgültigen Federwege betragen:

$$f_1 = \frac{F_1}{c_{\text{vorh}}} = \frac{350 \text{ Nmm}}{28,83 \text{ N}} = 12,1 \text{ mm}$$

$$f_2 = \frac{F_2}{c_{\text{vorh}}} = \frac{700 \text{ Nmm}}{28,83 \text{ N}} = 24,3 \text{ mm}$$

$$\Delta f = 12,2 \text{ mm}$$

Die Blocklänge der Feder wird nach Gleichung (61):

$L_{B1} = i_g d = 9,5 \cdot 4,5 \text{ mm} = 42,8 \text{ mm}$. Unter Berücksichtigung eines Mindestabstands zwischen den einzelnen Windungen wird die Länge der unbelasteten Feder: $L_0 = L_{B1} + f_2 + S_a$; S_a nach Tabelle 3:

$$S_a = 1 + x d^2 i_f = 1 + 0,015 \cdot 4,5^2 \cdot 7,5 = 3,3 \text{ mm}$$

$$L_0 = 42,8 \text{ mm} + 24,3 \text{ mm} + 3,3 \text{ mm}$$

$$L_0 = 70,0 \text{ mm}$$

Abschließend ist die Knicksicherheit zu prüfen:

$$\text{Schlankheitsgrad } \frac{L_0}{D_m} = \frac{70 \text{ mm}}{27 \text{ mm}} = 2,6$$

$$\text{Federung } \frac{f_2}{L_0} 100 \% = \frac{24,3 \text{ mm}}{70 \text{ mm}} \cdot 100 \% = 35 \%$$

Mit diesen Werten wird keine der Kurven in Bild 28 erreicht, d.h., die Feder ist knicksicher.

64. Opruga sigurnosnog ventila

[Haberhauer, 2011, s. 242-247]

Für ein Sicherheitsventil mit Druckanzeige (Abb. 2.145) ist eine kaltgeformte Druckfeder (Drahtsorte B) vorgesehen. Ab einem Überdruck von 3 bar soll der Kolben sich nach oben bewegen und ab 10 bar entlüftet werden.

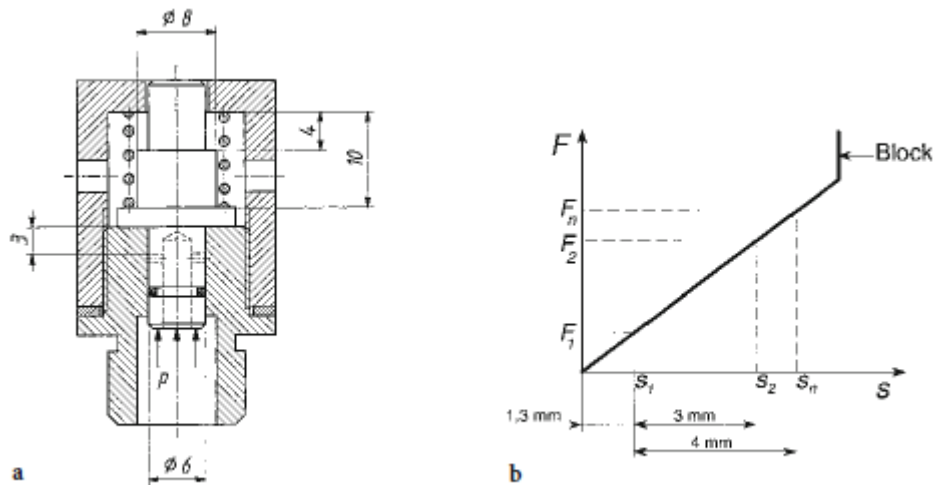


Abb. 2.145. Beispiel Sicherheitsventil: a) Schnittzeichnung; b) Federkennlinie

Rješenje

Erforderliche Vorspannkraft ($p_1 = 3 \text{ bar}$):

$$F_1 = p_1 A = 0,3 \text{ N/mm}^2 \cdot \frac{6^2 \cdot \pi}{4} \text{ mm}^2 = 8,5 \text{ N.}$$

Notwendige Kraft zum Entlüften ($p_2 = 10 \text{ bar}$):

$$F_2 = p_2 A = 1 \text{ N/mm}^2 \cdot \frac{6^2 \cdot \pi}{4} \text{ mm}^2 = 28,3 \text{ N.}$$

Theoretische Federrate:

$$R = \frac{F_2 - F_1}{h} = \frac{28,3 \text{ N} - 8,5 \text{ N}}{3 \text{ mm}} = 6,6 \text{ N/mm.}$$

Federwege:

$$s_1 = \frac{F_1}{R} = \frac{8,5 \text{ N}}{6,6 \text{ N/mm}} = 1,3 \text{ mm,}$$

$$s_2 = s_1 + h = 1,3 \text{ mm} + 3 \text{ mm} = 4,3 \text{ mm,}$$

$$s_{\max} = s_n = s_1 + 4 \text{ mm} = 5,3 \text{ mm.}$$

Maximale Federkraft (bei s_{\max}):

$$F_{\max} = F_n = R s_{\max} = 6,6 \text{ N/mm} \cdot 5,3 \text{ mm} = 35 \text{ N.}$$

Federabmessungen:

Aus Abb. 2.142 a wird $\tau_{zul} = 950 \text{ N/mm}^2$ abgelesen (entspricht $d = 1 \dots 2 \text{ mm}$). Mit $D = 10 \text{ mm}$ (angenommen) und $k = 1$ (statische Beanspruchung) ist der Mindestdrahtdurchmesser nach Gl. (2.73):

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{8 F_n D}{\pi \tau_{zul}}} = \sqrt[3]{\frac{8 \cdot 35 \text{ N} \cdot 10 \text{ mm}}{\pi \cdot 950 \text{ N/mm}^2}} = 0,97 \text{ mm} \quad \text{gewählt: } \underline{d = 1 \text{ mm}}$$

$$D = 8 \text{ mm} + d + \text{Spiel} = 8 + 1 + 0,5 = \underline{9,5 \text{ mm}} \quad (\text{gewählt})$$

$$\text{Wickelverhältnis: } w = \frac{D}{d} = 9,5 \text{ mm}$$

Zahl der Windungen [aus Gl. (2.74)]:

$$n = \frac{G d^4}{8 R D^3} = \frac{83\,000 \text{ N/mm}^2 \cdot 1^4 \text{ mm}^4}{8 \cdot 6,6 \text{ N/mm} \cdot 9,5^3 \text{ mm}^3} = 1,8 \quad \text{gewählt: } \underline{n = 2,5}$$

$$n_t = n + 2 = 4,5.$$

Mit den bisher festgestellten Federabmessungen d , D und n ergibt sich eine tatsächliche Federrate von

$$R_{ist} = \frac{G d^4}{8 D^3 n} = \frac{83\,000 \text{ N/mm}^2 \cdot 1^4 \text{ mm}^4}{8 \cdot 9,5^3 \text{ mm}^3 \cdot 2,5} = 4,8 \text{ N/mm}.$$

Der tatsächliche Öffnungsdruck liegt dann bei

$$p_{2 \text{ ist}} = \frac{R_{ist} s}{A} = \frac{4,8 \text{ N/mm} \cdot 4,3 \text{ mm}}{6^2 \cdot \pi / 4} = 0,73 \text{ N/mm}^2 = 7,3 \text{ bar}.$$

Die Feder wird optimiert, indem die Werte d und D variiert werden. Mit $d = 1,1 \text{ mm}$ und $D = 9,7 \text{ mm}$ wird

$$R' = 6,66 \text{ N/mm} \text{ und } p'_2 = 10,00 \text{ bar!}$$

Kontrolle der Einbauverhältnisse:

$$L_0 = 10 \text{ mm} + s_1 = 10 \text{ mm} + 1,3 \text{ mm} = 11,3 \text{ mm}$$

$$L_{0 \text{ min}} = L_c + S_a + s_n = 4,95 + 0,6 + 5,3 = 10,85 \text{ mm} < L_0 \quad (\text{ausreichend})$$

$$L_c + S_a = 4,95 \text{ mm} + 0,6 \text{ mm} = 5,5 \text{ mm} < 10 \text{ mm} - 4 \text{ mm} \quad (\text{ausreichend})$$

Kontrolle der Tragfähigkeit:

$$\tau = \frac{d G s_n}{\pi D^2 n} = \frac{1,1 \cdot 83\,000 \cdot 5,3}{\pi 9,7^2 \cdot 2,5} = 655 \text{ N/mm}^2 < \tau_{zul} \quad (\text{ausreichend})$$

$$\begin{aligned} \tau_c &= \frac{d G s_c}{\pi D^2 n} = \frac{1,1 \cdot 83\,000 \cdot (11,3 - 4,95)}{\pi 9,7^2 \cdot 2,5} \\ &= 785 \text{ N/mm}^2 < \tau_{c \text{ zul}} = 1090 \text{ N/mm}^2. \end{aligned}$$

65. Uvojná štapna opruga

[Haberhauer, 2011, s. 237-238]

Gegeben: $T_{\text{max}} = 800 \text{ Nm}$; $\vartheta_{\text{max}} = 23^\circ = 0,4 \text{ rad}$; $\tau_{t, \text{zul}} = 300 \text{ N/mm}^2$;
 $G = 80\,000 \text{ N/mm}^2$. Gesucht: Erforderliche Abmessungen a) bei Kreisquer-
schnitt und b) bei Kreisringquerschnitt mit $d/D = 0,6$.

Rješenje

a) Kreisquerschnitt

$$\frac{\pi d^3}{16} = \frac{T_{\max}}{\tau_{t, \text{zul}}} = \frac{800 \cdot 10^3 \text{ Nmm}}{300 \text{ N/mm}^2} = 2660 \text{ mm}^3; d^3 = 13600 \text{ mm}^3; d = 24 \text{ mm},$$

$$l_f = \frac{\hat{\vartheta}_{\max} d G}{2 \tau_{t, \text{zul}}} = \frac{0,4 \cdot 24 \text{ mm} \cdot 80000 \text{ N/mm}^2}{2 \cdot 300 \text{ N/mm}^2} = 1280 \text{ mm},$$

$$V_f = \frac{\pi d^2}{4} l_f = 570 \text{ cm}^3; \quad \eta = 0,5.$$

b) Kreisringquerschnitt

$$\frac{\pi D^3}{16} = \frac{T_{\max}}{(1 - Q^4) \tau_{t, \text{zul}}} = \frac{2,66 \cdot 10^3 \text{ Nmm}^3}{0,8704} = 3060 \text{ mm}^3; D^3 = 15,6 \cdot 10^3 \text{ mm}^3;$$

$$D = 25 \text{ mm}; d = 0,6 \cdot D = 15 \text{ mm};$$

$$l_f = \frac{\hat{\vartheta}_{\max} D G}{2 \tau_{t, \text{zul}}} = 1330 \text{ mm};$$

$$V_f = \frac{\pi}{4} (D^2 - d^2) l = 419 \text{ cm}^3; \quad \eta = 0,68.$$

Dodaci

- detalji potrebni za proračun s primjerima – Haberhauer [2011, s. 279÷284],
- dva primjera s detaljnim rješenjima – Niemann [2005, s. 758÷768],
- primjeri s kratkim uputama za rješavanje i rješenjima – Wittel [2010, s. 69, 71÷75],
- hodogram proračuna, prilagodba profila i rukavci osovina – Wittel [2011, s. 348÷75],
- detalj proračuna osovina, radijalnih i aksijalnih rukavaca – Vitas [2, 1988, 28÷45].

U literaturi [Shigley, 2004, s. 180, 182] nalaze se primjeri proračuna zamašnjaka

- formule te zadaci s rješenjima i bez rješenja – Hall [1968, s. 320÷328],
- formule za proračun zamašnjaka – Lingaiah [1968, s. 445÷449],

dugih vratila, temeljenih na dozvoljenom kutu uvijanja [Böge, 2011, s. 682÷683],
rukavaca [Böge, 2011, s. 683],

trajne nosivosti osovina i vratila, s riješenim primjerom [Böge, 2011, s. 687÷691].

- s detaljnim rješenjem – [Böge, 2011, s. 685÷686],
- određivanje stupnjeva sigurnosti proizvedenog vratila [Budynas, 2011, s. 370÷372],
detaljni proračun s koncentracijama naprezanja [Budynas, 2011, s. 374÷378],

detaljni proračun deformacija [Budynas, 2011, s. 380÷382], detaljni proračun kritične brzine vrtnje [Budynas, 2011, s. 386÷388], niz primjera – za dio su data rješenja na kraju knjige [Budynas, 2011, s. 400÷408] (anglosaksonske jedinice)

- niz primjera s rješenjima [Childs, 2004, s. 118÷120], riješeni primjeri za deformacije i kritične brzine vratila [Childs, 2004, s. 100÷116],

Literatura

1. Böge A.: Handbuch Maschinenbau – Grundlagen und Anwendungen der Maschinenbau-Technik, 20. Auflage; Vieweg+Teubner, 2011.
2. Haberhauer H., Bodenstein F.: Maschinenelemente – Gestaltung Berechnung Anwendung, 16. Auflage; Springer, 2011.
3. Kuzmanović S. Trbojević R. Rackov M.: Zbirka zadataka iz mašinskih elemenata; Fakultet tehničkih nauka, 2009.

Normal

1.3.1.1 Temelj

Prazno

Tablica

NavodBr

(d) NavodS1

(e)

- NavodTc

•

gdje je: F_{rac} – proračunsko opterećenje, N